

Дневник

Quod sentimus loquamur,  
quod loquimur sentiamus!

# VEcordia

## Извлечение R-PENRS3

Открыто: 2010.08.28 03:00  
Закрито: 2011.01.02 01:14  
Версия: 2016.12.10 15:50

ISBN 9984-9395-5-3

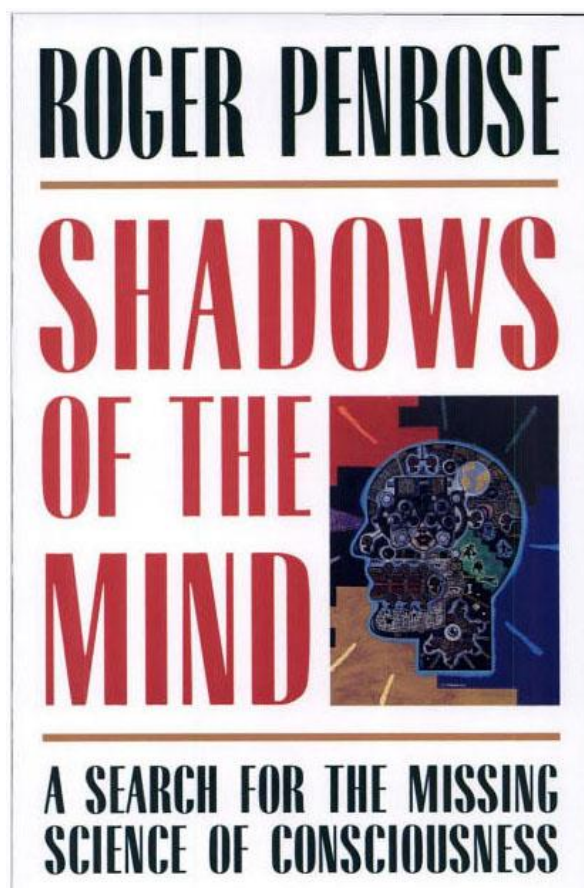
Дневник «VECORDIA»

© Valdis Egle, 2016

ISBN 5-93972-457-4

Роджер Пенроуз. «Тени Разума», том III

© Роджер Пенроуз, 1994



Английское издание

Роджер Пенроуз

# ТЕНИ РАЗУМА

Том 3  
(главы 5 – 6)

С комментариями Валдиса Эгле

Impositum

Grīziņkalns 2016

Talis hominis fuit oratio,  
qualis vita

## Роджер Пенроуз. «Тени разума»

(Продолжение; предыдущее в книге {PENRS2})

### Глава 5. Структура квантового мира

#### §5.1. Квантовая теория: головоломки и парадоксы

Квантовая теория дает нам превосходное описание физической реальности на микроскопическом уровне, однако полна при этом тайн и загадок. Нет никакого сомнения: разобраться в том, как именно работает эта теория, чрезвычайно трудно; еще труднее отыскать какой-либо смысл в той «физической реальности» (или нереальности), которая, как утверждает квантовая теория, и составляет основу нашего мира. На первый, неискушенный, взгляд может показаться, что эта теория способствует формированию мировоззрения, которое многие (включая и меня) находят в высшей степени неудовлетворительным. В лучшем случае, буквально понимая все положения и определения теории, мы получаем, мягко говоря, очень странную картину мира. В худшем – столь же буквально воспринимая заявления некоторых из наиболее знаменитых приверженцев квантовой теории, никакой картины мира мы не получаем вовсе, а та, что была, рассыпается на глазах.

Я думаю, все те загадки, что ставит перед нами квантовая теория, можно четко разделить на два совершенно различных класса. Одни я называю загадками-головоломками, или Z-загадками (от слова *puzzle*<sup>1</sup>). К этому классу я отношу те квантовые истины об окружающем нас мире, которые действительно способны кого угодно привести в замешательство и заставляют изрядно поломать над собой голову – и в то же время находят непосредственное экспериментальное подтверждение. Сюда же можно включить и те общие предсказания квантовой теории, которые не подтверждены экспериментально, но – ввиду уже подтвержденного – очень похожи на правду. Среди наиболее поразительных Z-загадок упомяну те, что известны под общим названием феномены Эйнштейна–Подольского–Розена (или ЭПР-феномены; подробнее о них мы поговорим позднее, см. §5.4, §6.5). Второй класс составляют квантовые загадки, которые я называю загадками-парадоксами, или X-загадками (от слова *paradox*<sup>2</sup>). Согласно квантовому формализму, эти утверждения о мире вроде бы должны быть истинными, однако они настолько невероятны и парадоксальны, что мы просто не можем в них поверить, не можем признать их «действительно» истинными. Именно эти загадки и не дают нам принять предлагаемый формализм всерьез, препятствуют образованию на рассматриваемом уровне сколько-нибудь достоверной картины мира. Самая знаменитая X-загадка – парадокс шредингеровой кошки, в рамках которого, по всей видимости, утверждается, что макроскопические объекты (например, кошки) способны существовать в двух совершенно различных состояниях одновременно (этакое подвешенное состояние, в котором кошка и «жива», и «мертва» сразу). К подобным парадоксам мы еще вернемся в §6.6 (см. также §6.9, рис. 6.3, и НРК, с. 290–293).

Нередко утверждают, что все трудности, которые возникают у наших современников с восприятием квантовой теории, происходят исключительно от того, что мы чересчур крепко цепляемся за наши старые физические концепции.<sup>3</sup> С каждым же последующим поколением

<sup>1</sup> Головоломка (англ.). – Прим. перев.

<sup>2</sup> Парадокс (англ.). – Прим. перев.

<sup>3</sup> В.Э.: Веданская теория в общем-то не оспаривает теории физики (в отличие от некоторых теорий математики), поэтому я особенно не собираюсь комментировать текст Пенроуза, относящийся к физике. Здесь сделаю только общеполитическое примечание. Человеческий разум, согласно Веданской теории, представляет собой работу определенной (биологической) операционной системы. В устройство этой операционной системы (Естественным отбором) заложены некоторые фундаментальные ее принципы. Одним из таких принципов является то, что при построении отображения пространства в этой системе используется комбинация трех независимых величин («вперед–назад», «вправо–влево», «вверх–вниз»). То

люди будут «вживаться» в квантовые таинства всё глубже, и в конце концов, после достаточного количества сменившихся поколений, смогут без какого-либо напряжения принять их все скопом – как Z-загадки, так и X-загадки. Этот взгляд представляется мне фундаментально ошибочным.

Я полагаю, что к Z-загадкам мы, возможно, и в самом деле сможем со временем привыкнуть и даже счесть их вполне естественными, однако с X-загадками такой номер не пройдет. По моему глубокому убеждению, X-загадки заведомо неприемлемы с философской точки зрения, а возникновение их объясняется только тем, что квантовая теория не является полной теорией или, скорее, не является вполне точной на том уровне феноменов, на котором начинают проявляться X-загадки. В совершенной квантовой теории ни одной X-загадки в списке квантовых тайн не останется (а *крест* в их названии оказался символическим – им и перечеркнем). Иначе говоря, свыкаться нам предстоит лишь с Z-загадками.

Учитывая вышесказанное, мы имеем полное право поинтересоваться, где же проходит граница между Z-загадками и X-загадками. Одни физики утверждают, что квантовых загадок, которые следовало бы в этом смысле классифицировать как X-загадки, попросту нет, – все странное и на первый взгляд парадоксальные утверждения, в которые нам предлагает поверить квантовый формализм, действительно истинны и описывают реальный мир, нужно только правильным образом на этот самый мир посмотреть. (Если такие люди хотят избежать обвинений в отсутствии логики и всерьез воспринимают возможность описания физической реальности в терминах «квантовых состояний», то они должны также верить и во «множественность миров» в той или иной форме (см. §6.2). Согласно этой концепции, шрёдингеровы мертвая и живая кошки обитают в различных «параллельных» вселенных. Вы видите кошку, и тут же в каждой из двух вселенных возникает по вашей копии, один из вас глядит на живую кошку, а другой – на мертвую.) Другие физики устремляются к противоположной крайности. По их мнению, я слишком благодушно настроен по отношению к квантовому формализму, раз полагаю, что всем этим необъяснимым ЭПР-феноменам (о которых, напоминаю, мы еще поговорим) и впрямь найдется в будущем экспериментальное подтверждение. Я никоим образом не настаиваю, что все должны непременно разделять мое мнение о том, где именно надлежит проводить границу между Z- и X-загадками. Мой выбор определяется предположениями, согласующимися с точкой зрения, которую я представлю в следующей главе, в §6.12.

Вряд ли уместно будет приводить на этих страницах исчерпывающее объяснение природы квантовой теории. Поэтому в настоящей главе я ограничусь относительно кратким (но в достаточной мере полным) описанием некоторых необходимых нам аспектов теории, особое внимание уделив при этом природе Z-загадок. В следующей главе я расскажу, почему я полагаю, что наличие X-загадок делает современную квантовую теорию неполной, невзирая на все те поразительные экспериментальные подтверждения, которыми она на сегодняшний день может похвастаться. Читателям, желающим познакомиться с квантовой теорией поближе, я рекомендую обратиться к НРК (глава 6) или к более специальной литературе – например, [94], или [70].

Далее (глава 6, §6.12) я представлю одну новую идею относительно уровня, на котором имеет смысл предпринимать попытки усовершенствования квантовой теории (думаю, следует предупредить читателя, что идея эта существенно отличается от той, что была предложена в

---

обстоятельство, что величин именно три и что они независимы одна от другой, определяет то следствие, что для человеческого восприятия пространство является трехмерным и евклидовым. Другим фундаментальным принципом человеческой операционной системы является то, что она весь свой опыт располагает в линейный ряд (времени). Третьим фундаментальным принципом устройства человеческой операционной системы является то, что она оперирует объектами. Следствием этого принципа является то, что человек в общем-то не может представить себе ничего другого, кроме объектов (например, частиц). Даже чтобы представить волны, он вынужден представлять их как колебания опять каких-то частиц. Однако все модели, встроенные в человеческую операционную систему и строящиеся далее ею, на самом деле являются приближенными. При детальном изучении обнаруживаются расхождения между предпосылками человеческой операционной системы и реальностью. Реально материя не представляет собой четко очерченные корпускулы (что обнаруживается в микромире), а в макромире отношения скоплений материи невозможно точно охарактеризовать тремя независимыми пространственными величинами с четвертой независимой размерностью времени. Так называемые «парадоксы» современной физики (теории относительности и квантовой механики) просто показывают, что фундаментальные принципы, заложенные в человеческую операционную систему, являются приближенно, а не точно отражающими физическую реальность (иного, в общем-то, и нельзя было ожидать). Таким образом, Веданская теория здесь уточняет только одно обстоятельство: что речь идет о расхождениях между действительной природой, с одной стороны, и принципами построения человеческой системы обработки информации – с другой.

НРК, хотя мотивы остались почти теми же). В §7.10 (и в §7.8) я приведу некоторые предварительные причины, позволяющие предположить, что подобные попытки вполне могут быть связаны с невычислимостью в том общем смысле, который нас так интересует. Что касается стандартной квантовой теории, то невычислимой она является лишь постольку, поскольку в измерительной процедуре здесь наличествуют случайные элементы. Случайные же элементы, как я особо подчеркивал в первой части (§3.18, §3.19), не способны сами по себе обусловить ту невычислимость, которая нам потребуется в конечном итоге для понимания процессов мышления.

Рассмотрим для начала некоторые из наиболее поразительных Z-загадок квантовой теории на примере двух весьма показательных и мозгодробительных головоломок.

### §5.2. Задача Элитцура–Вайдмана об испытании бомб

Вообразим себе бомбу, в носовой части которой закреплен детонатор, настолько чувствительный, что при малейшем давлении на него бомба взрывается. Для срабатывания такого детонатора достаточно одного единственного фотона видимого света, хотя в некоторых случаях детонатор заклинивает, и бомба взорваться не может – бомбу с неисправным детонатором мы будем называть «холостой». Предположим, что детонатор снабжен зеркальцем, подвижно закрепленным на носу бомбы таким образом, что при отражении зеркальцем одного фотона (видимого света) оно смещается и приводит в движение ударный механизм, в результате чего бомба взрывается – за исключением, разумеется, тех случаев, когда бомба оказывается холостой, т.е. когда чувствительный механизм детонатора заклинивает. Поскольку все упомянутые устройства работают по классическим законам, мы должны также предположить, что после того, как бомба собрана, выяснить, не заклинило ли ее детонатор, невозможно без того, чтобы этот самый детонатор так или иначе не потревожить – что непременно приведет к немедленному взрыву. (Необходимо ввести еще одно допущение: детонатор может заклинить только в процессе сборки, по завершении сборки детонатор либо исправен, либо нет; см. рис. 5.1.)



**Рис. 5.1.** Задача Элитцура–Вайдмана об испытании бомб. Сверхчувствительный детонатор бомбы срабатывает от соприкосновения с одним-единственным оптическим фотоном – может, впрочем, и не сработать, если его заклинит, в каком случае бомба считается холостой. Задача: найти гарантированно исправную бомбу при наличии большого количества бомб сомнительного качества.

Допустим, что таких бомб у нас огромное количество (денег мы здесь не считаем!), однако доля холостых среди них может оказаться чрезмерно высокой. Задача заключается в том, чтобы найти хотя бы одну бомбу, о которой можно было бы заранее с уверенностью сказать: «Вот эта точно работает».

Эта задача (вместе с решением) была предложена Авшаломом Элитцуром и Львом Вайдманом [114]. Я не буду приводить решение прямо здесь, так как, возможно, кто-то из

читателей, уже знакомых с квантовой теорией и с теми занимательными головоломками, которые я определил выше как Z-загадки, пожелает попробовать свои силы (интеллектуальные, разумеется) в отыскании этого самого решения. Достаточно будет сказать, что решение существует и даже, при неограниченном запасе бомб такого рода, не выходит за рамки современных технических возможностей. Тех же, кто в квантовой теории пока не сведущ (либо просто не склонен тратить время на поиски решения), я прошу потерпеть еще некоторое время (или, если хотите, можете сразу заглянуть в §5.9). Всему свое время – сначала я попытаюсь объяснить некоторые фундаментальные квантовые идеи, а затем приведу решение.

На данном этапе рассуждения необходимо лишь отметить: одно то, что эта задача имеет-таки решение (квантовомеханическое), уже указывает на глубинное различие между квантовой и классической физикой. При классическом подходе выяснить, не заклинило ли детонатор бомбы, можно только посредством приложения к нему какого-либо реального физического усилия (при этом, если детонатор исправен, бомба взрывается, и эксперимент считается благополучно проваленным). В рамках квантовой теории возможны и иные варианты – например, физический эффект, являющийся результатом того, что к детонатору могло быть приложено усилие, в то время как в действительности ничего подобного не произошло. В этом, собственно, и состоит одна из наиболее любопытных особенностей квантовой теории: реальный физический эффект здесь вполне может являться результатом контрфактуальных (как говорят философы) действий, т.е. действий, которые могли произойти, хотя на деле и не произошли. При рассмотрении следующей Z-загадки мы убедимся, что контрфактуальность играет далеко не последнюю роль и в ситуациях иного рода.

### §5.3. Магические додекаэдры

В качестве предисловия к нашей второй Z-загадке позвольте мне рассказать вам небольшую историю, не лишнюю, впрочем, некоторой головоломности.<sup>4</sup> Представьте себе, получил я не так давно по почте замечательно выполненный правильный додекаэдр (рис. 5.2). Отправитель – компания «Квинтэссенциальные Товары», предприятие с превосходной репутацией и штаб-квартирой на одной из планет далекого красного гиганта, известного нам под названием Бетельгейзе. Точно такой же додекаэдр они отослали и моему коллеге, который в настоящий момент проживает на планете, обращаемой вокруг альфы Центавра, что приблизительно в четырех световых годах отсюда. Мне также стало известно, что его додекаэдр прибыл к нему примерно в то же время, что и мой ко мне. На каждой вершине обоих додекаэдров имеется по кнопке. Нам с коллегой предлагается нажимать кнопки на наших додекаэдрах – по одной за раз. Выбор кнопок, порядок и время их нажатия оставлены целиком и полностью на наше усмотрение. Иногда при нажатии кнопки ничего не происходит, в каковом случае нам следует перейти к следующей кнопке. Может, впрочем, произойти следующее событие: зазвонит звонок, за чем последует впечатляющий фейерверк, сопровождающийся полным разрушением данного конкретного додекаэдра.

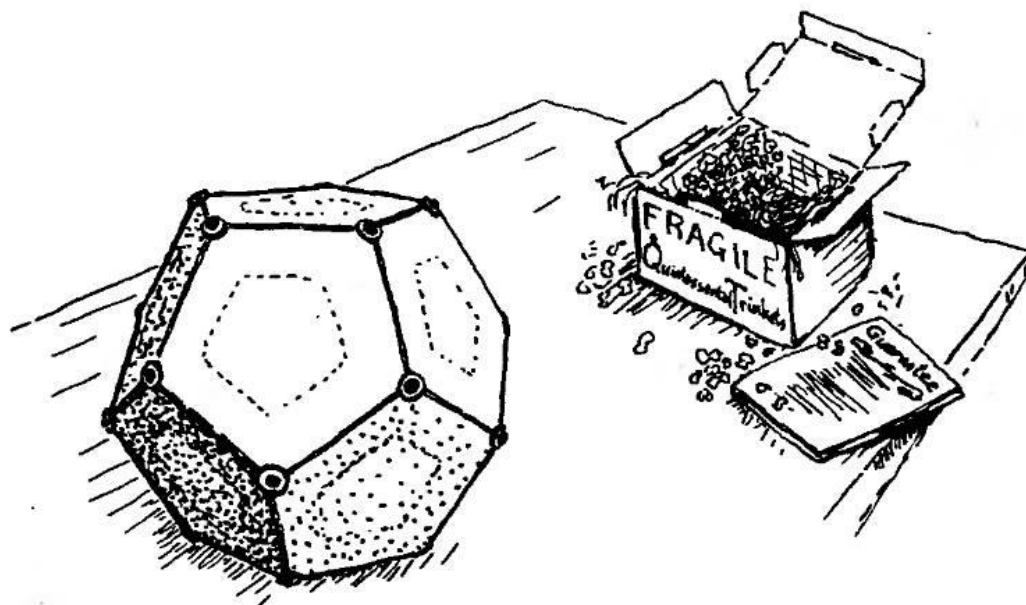
В коробку вместе с каждым додекаэдром был вложен перечень свойств, гарантированно присущих как моему додекаэдру, так и додекаэдру моего коллеги. Прежде всего нам следует очень тщательно расположить наши додекаэдры в пространстве таким образом, чтобы они были сориентированы совершенно одинаково. «Квинтэссенциальные Товары» предоставили и подробные инструкции, описывающие, как именно нужно располагать наши додекаэдры относительно, скажем, центров Туманности Андромеды и галактики М-87 и т.д. Самое главное здесь – добиться полной идентичности в ориентации наших двух додекаэдров. Перечень гарантированных свойств достаточно обширен, но нам понадобятся лишь некоторые из них, да и те довольно просты.

Следует учесть, что компания «Квинтэссенциальные Товары» производит подобные вещи уже очень долго – скажем, сотню миллионов лет или около того, – и никто никогда не смог уличить ее в том, что гарантированные ею свойства поставляемых устройств не соответствуют действительности. Эта надежность и составляет основу той безупречной репутации, которую компания поддерживает вот уже миллион столетий, поэтому мы можем быть совершенно уверены – если компания заявляет, что ее товар обладает тем или иным свойством, то так оно, безусловно, и есть. Более того, компания объявила, что выплатит некую ошеломительную

---

<sup>4</sup> См. [296], [299] и [396].

ПРЕМИЮ любому, кто обнаружит-таки в гарантированных свойствах обман или ошибку, и никто пока за вознаграждением не обращался!



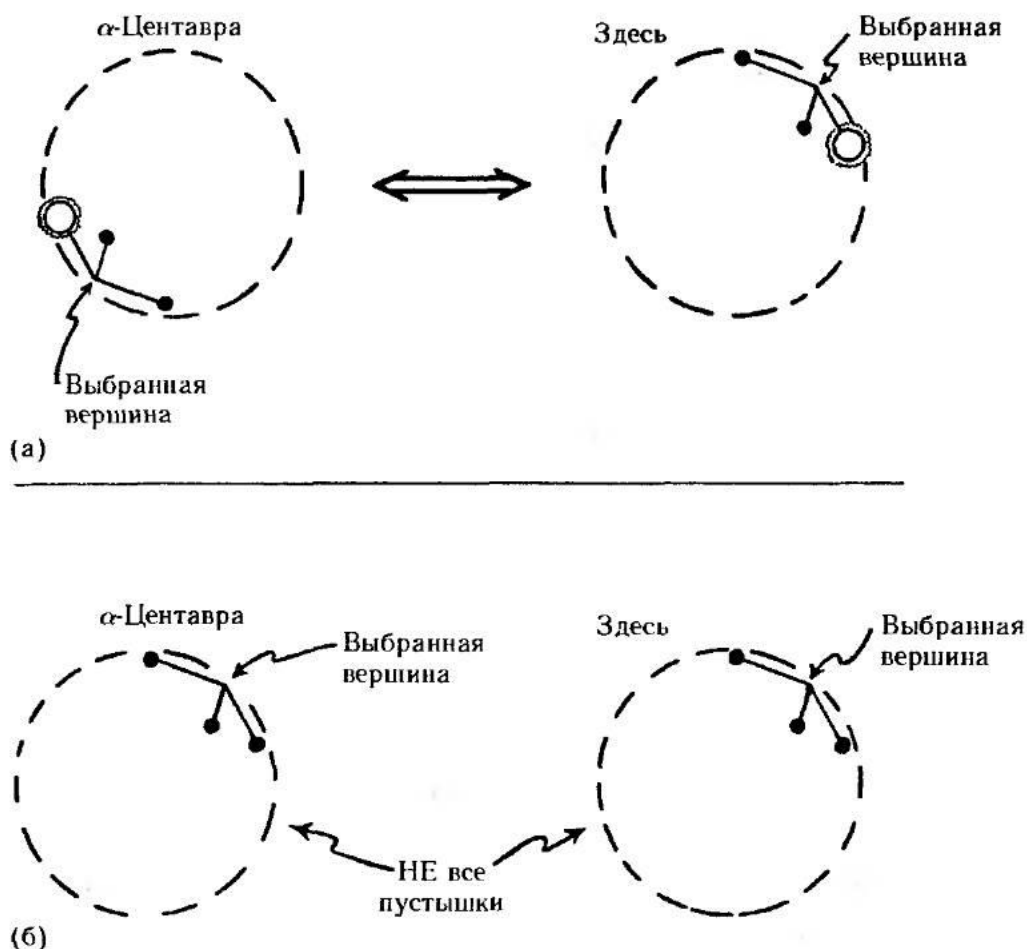
**Рис. 5.2.** Магический додекаэдр. У моего коллеги из системы альфы Центавра есть точно такой же. На каждой из вершин имеется кнопка. Результатом нажатия на какую-либо из кнопок может стать звонок и впечатляющий фейерверк. (FRAGILE – НЕ БРОСАТЬ; Quintessential Trinkets – Квинтэссенциальные Товары; Guarantee – гарантии)

Нас с вами интересуют те из гарантированных свойств, которые касаются последовательности нажатия кнопок. Мы с коллегой независимо друг от друга выбираем одну из вершин своего додекаэдра. Такие вершины я буду называть **ВЫБРАННЫМИ**. Причем соответствующие кнопки мы не нажимаем. Вместо этого мы нажимаем по очереди (в любом порядке, как нам заблагорассудится) те три кнопки, что располагаются в вершинах, соседних с **ВЫБРАННОЙ**. Если при нажатии на одну из этих кнопок зазвонит звонок, то все операции с данным конкретным додекаэдром придется, разумеется, прекратить, однако он вполне может и не зазвенеть. Нам понадобятся следующие два свойства (см. рис. 5.3):

(а) если в качестве соответствующих **ВЫБРАННЫХ** вершин мы с коллегой вдруг выберем вершины диаметрально противоположные, то при одном из моих нажатий (на кнопки, соседние с **ВЫБРАННОЙ** вершиной) звонок может зазвенеть только в том случае, если он звенит при нажатии моим коллегой кнопки при диаметрально противоположной вершине, – независимо от порядка, в каком нам заблагорассудится упомянутые кнопки нажимать;

(б) если же в качестве соответствующих **ВЫБРАННЫХ** вершин мы с коллегой выберем одинаковые вершины (т.е. те, направления на которые из центров додекаэдров совпадают), звонок должен зазвенеть при нажатии, по крайней мере, на одну кнопку из наших общих шести.

Теперь я попробую сделать кое-какие выводы о правилах, которым должен подчиняться мой додекаэдр (независимо от того, что там происходит на альфе Центавра), на основании того простого факта, что «Квинтэссенциальные Товары» оказываются каким-то образом способны давать столь нерушимые гарантии, не имея ни малейшего представления о том, какие именно кнопки мне или моему коллеге придет в голову нажать. В качестве ключевого допущения предположим, что никакой дальнедействующей «связи» между моим додекаэдром и додекаэдром моего коллеги нет. Будем считать, что после того, как наши додекаэдры покинули «сборочный цех», они существуют раздельно и совершенно независимо друг от друга. Выводы следующие (рис. 5.4):



**Рис. 5.3.** Свойства додекаэдров, гарантируемые компанией «Квинтэссенциальные Товары». (а) Если мы с коллегой **ВЫБИРАЕМ** противоположные вершины додекаэдра, то звонок может зазвенеть только при нажатии диаметрально противоположных кнопок, независимо от порядка нажатия. (б) Если мы **ВЫБИРАЕМ** одинаковые вершины, то при нажатии какой-то из шести кнопок звонок непременно зазвенит.



**Рис. 5.4.** Предположим, что наши додекаэдры представляют собой независимые (никак не связанные друг с другом) объекты. Тогда каждая кнопка на моем додекаэдре заведомо является либо звонком (БЕЛЫЕ кнопки), либо пустышкой (ЧЕРНЫЕ кнопки), при этом две соседние кнопки не могут обе быть БЕЛЫМИ, и никакой набор из шести кнопок при вершинах, соседних с двумя антиподальными вершинами, не может состоять из одних ЧЕРНЫХ кнопок.

(в) каждая из кнопок при вершинах моего додекаэдра заведомо является либо звонком (обозначим такие вершины БЕЛЫМ цветом), либо пустышкой (обозначим ЧЕРНЫМ), при этом ее «звонковость» никак не зависит от того, нажимаю я ее первой, второй или третьей из кнопок при вершинах, соседних с ВЫБРАННОЙ;

(г) две «следующие соседние» кнопки не могут обе быть звонками (т.е. БЕЛЫМИ кнопками);

(д) никакой набор из шести кнопок при вершинах, соседних с двумя антиподальными вершинами, не может состоять из одних пустышек (т.е. ЧЕРНЫХ кнопок). (Антиподальными я здесь называю диаметрально противоположные вершины одного додекаэдра.)

Утверждение (в) мы выводим из того факта, что вполне может случиться так, что мой коллега выберет в качестве ВЫБРАННОЙ вершины вершину, диаметрально противоположную моей ВЫБРАННОЙ вершине; по крайней мере, «Квинтэссенциальным Товарам» неоткуда узнать заранее, что он ее не выберет (вот она, контрфактуальность!). Таким образом, если в результате какого-либо из моих нажатий зазвенит звонок, то кнопка при диаметрально противоположной вершине додекаэдра моего коллеги (если он нажмет ее первой из трех) тоже должна быть звонком. Так должно быть вне зависимости от того, в каком порядке я решил нажимать свои собственные три кнопки, а значит (исходя из допущения об отсутствии «связи» между додекаэдрами), мы с полной уверенностью можем сказать, что «Квинтэссенциальные Товары» изначально сделали кнопку при этой конкретной вершине звонком (в каком бы порядке я ни нажимал на свои кнопки), дабы избежать противоречия со свойством (а).

Аналогичным образом, из свойства (а) выводится утверждение (г). Предположим, что обе кнопки при двух следующих соседних вершинах являются звонками. Какую бы из этих кнопок я ни нажал первой, зазвенит звонок. Предположим теперь, что ВЫБРАННОЙ вершиной я назначил вершину, соседнюю им обеим. В этом случае порядок, в котором я нажимаю на свои кнопки, уже имеет значение, что противоречит свойству (а), если ВЫБРАННАЯ вершина додекаэдра моего коллеги противоположна ВЫБРАННОЙ вершине моего додекаэдра (а уж возможность такого совпадения «Квинтэссенциальные Товары» наверняка должны были учесть).

Наконец, учитывая то, что мы уже выяснили, мы легко выведем утверждение (д) из свойства (б). Предположим, что мы с коллегой выбираем в качестве ВЫБРАННЫХ одинаково расположенные вершины своих додекаэдров. Если ни одна из моих трех кнопок, соседних с ВЫБРАННОЙ вершиной, не является звонком, то, согласно (б), звонком должна оказаться одна из трех соответствующих кнопок на додекаэдре моего коллеги. Из (а) следует, что кнопка моего додекаэдра, противоположная звонку на додекаэдре моего коллеги, также должна быть звонком. Получается (д).

А теперь, собственно, головоломка. Попробуйте окрасить каждую вершину додекаэдра в БЕЛЫЙ или ЧЕРНЫЙ цвет, строго следуя правилам (г) и (д). Очень скоро вы обнаружите, что как бы вы ни старались, ничего хорошего из этого не получается. В таком случае вот вам головоломка получше: докажите, что раскрасить вершины додекаэдра таким образом невозможно. Для того, чтобы дать всякому достаточно заинтригованному читателю шанс найти решение самостоятельно, я скромно помолчу до Приложения В (с. 467), где и приведу свое (боюсь, не очень изящное) доказательство того, что подобная раскраска действительно невозможна. Может быть, кому-то из читателей придет в голову что-нибудь более остроумное.

Неужели? Неужели, впервые за миллион столетий, «Квинтэссенциальные Товары» допустили наконец ошибку? Убедившись, что раскрасить вершины моего додекаэдра в соответствии с правилами (в), (г) и (д) невозможно, и ни на секунду не забывая о величине ожидающей нас ПРЕМИИ, мы, подпрыгивая на месте от нетерпения, ждем четыре (приблизительно) долгих года, по истечении которых приходит сообщение от моего коллеги, в котором подробно описано, какие он нажимал кнопки и когда, и не звенел ли звонок в его додекаэдре. Ознакомившись с сообщением, мы впадаем в уныние, а все наши надежды на ПРЕМИЮ тают как снег в жаркий день, потому что «Квинтэссенциальные Товары» снова подтвердили свою безупречную репутацию!

Рассуждения, приведенные в Приложении В (с. 467), однозначно демонстрируют, что в рамках любой классической модели просто-напросто не существует способа построить магические додекаэдры, обладающие теми свойствами, на которые «Квинтэссенциальные Товары» с такой легкостью выдают безусловную гарантию, – не существует, если исходить из допущения, что по окончании сборки два додекаэдра представляют собой абсолютно отдельные, никак не связанные друг с другом объекты. Ибо никто не в состоянии гарантировать наличие у двух

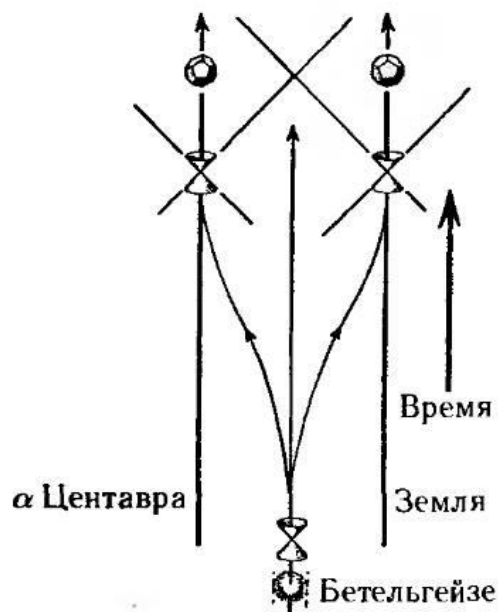


додекаэдров требуемых свойств (а) и (б) без того, чтобы эти додекаэдры не были неким таинственным образом «связаны» друг с другом.

По крайней мере, в тот момент, когда мы начинаем нажимать на кнопки, эта «связь» должна наличествовать – кроме того, природа ее такова, что передача сигнала на расстояние около четырех световых лет осуществляется, по всей видимости, мгновенно. И всё же «Квинтэссенциальные Товары» почему-то считают для себя возможным предоставлять такие гарантии – гарантии невозможного! – и никто до сих пор не смог уличить их в ошибке.

В чем же здесь подвох? Как «Квинтэссенциальные товары» – или «КТ», эта аббревиатура хорошо известна многим их клиентам – умудряются проделывать такие фокусы? Вы говорите, вам всегда казалось, что КТ – это квантовая теория? Пусть так, не буду спорить. Так вот, что делают «КТ» – они просто берут и подвешивают в центре каждого из наших додекаэдров по одному атому, спин которого равен  $3/2$ , ни больше ни меньше. Эти два атома производятся на Бетельгейзе изначально вместе (общий спин пары равен 0), а затем аккуратно разделяются и помещаются в центры двух додекаэдров; общий спин связанной пары атомов при этом так и остается равным 0. (О том, что всё это означает, мы поговорим в §5.10.) В результате, когда я нажимаю кнопку при одной из вершин своего додекаэдра (то же относится и к моему коллеге с его додекаэдром), производится некое измерение спина (неполное) в направлении от центра додекаэдра к данной конкретной вершине. Если результат измерения оказывается утвердительным, то звенит звонок, и через некоторое время додекаэдр рассыпается замечательным фейерверком. Более подробно о природе этого измерения я расскажу позднее (см. §5.18), а также покажу в §5.18 и Приложении В, почему правила (а) и (б) являются следствием из стандартных правил квантовой механики.

Замечательный вывод, который из всего этого следует, заключается в том, что допущение об отсутствии дальнодействующей «связи» между додекаэдрами к квантовой теории неприменимо! На пространственно-временной диаграмме (рис. 5.5) хорошо видно, что наши с коллегой нажатия на кнопки представляют собой пространственноподобно разделенные события (см. §4.4): согласно теории относительности, никакой обмен сигналами, передающими информацию о том, какие кнопки мы нажимаем или какие кнопки (на моей или на его стороне) окажутся в действительности звонками, между нами невозможен. Квантовая же теория, напротив, вполне допускает существование некоей «связи», соединяющей наши додекаэдры через пространственноподобно разделенные события. Вообще говоря, эту «связь» нельзя использовать для передачи непосредственно «пригодной к употреблению» информации, и в этом смысле никакого операционного конфликта между специальной теорией относительности и квантовой теорией нет. Имеет место лишь конфликт с духом специальной теории относительности – что, собственно, и является превосходной иллюстрацией одной из наиболее глубоких Z-загадок квантовой теории, феномена квантовой нелокальности. Два атома в центрах наших додекаэдров образуют сцепленное состояние, и, согласно правилам стандартной квантовой теории, их нельзя считать отдельными независимыми объектами.



**Рис. 5.5.** Пространственно-временная диаграмма истории двух додекаэдров. Прибытие моего додекаэдра на Землю и прибытие додекаэдра моего коллеги на альфу Центавра – пространственноподобно разделенные события.

#### §5.4. Z-загадки ЭПР-типа: экспериментальный статус

Вышеприведенный эксперимент (мысленный, конечно же) относится к классу так называемых ЭПР-измерений, впервые описанных в знаменитой статье Альберта Эйнштейна, Бориса Подольского и Натана Розена, опубликованной в 1935 году [113] (отсюда и название; подробнее

об ЭПР-эффектах мы поговорим в §5.17). В оригинальном варианте статьи речь шла, правда, не о спине, а об определенных комбинациях положения и импульса. Впоследствии Дэвид Бом включил в рассмотрение и спины – на примере пары частиц со спином  $1/2$  – (скажем, электронов), испускаемых из некоего источника в связанном состоянии со спином 0. На первый взгляд, из этих мысленных экспериментов следует, что измерение, произведенное в некоторой точке пространства на одной из частиц, составляющих квантовую пару, может мгновенно оказать некое весьма специфическое «воздействие» на другую частицу пары, причем эта другая частица может находиться на произвольно большом расстоянии от первой частицы. Впрочем, этим «воздействием» нельзя воспользоваться для передачи сколько-нибудь полезного послания от одной частицы к другой. В терминах квантовой теории говорят, что такие две частицы находятся в состоянии сцепленности друг с другом. Феномен квантовой сцепленности – истинная Z-загадка – был впервые отмечен Эрвином Шрёдингером [335].

Много позже Джон Белл в своей знаменитой теореме (1966, [21]) показал, что совместные вероятности различных измерений спина, производимых на любой паре сцепленных частиц, связаны определенными математическими соотношениями (известными ныне как неравенства Белла), с необходимостью следующими из того, что упомянутые частицы представляют собой отдельные независимые друг от друга сущности – каковыми они, собственно, и являются с точки зрения обыкновенной классической физики. Однако в квантовой теории эти соотношения могут нарушаться, причем весьма специфическим образом. Следовательно, открывается возможность для проведения реальных экспериментов с целью выяснить, наконец, действительно ли в реальных физических системах эти соотношения нарушаются, как утверждает квантовая теория, или же мы пока можем положиться на классическое представление, согласно которому пространственно разделенные объекты никоим образом не могут влиять друг на друга, а неравенства Белла с необходимостью выполняются. (Соответствующие примеры можно найти в НРК, с. [284](#), 301.)

В качестве наглядного примера того, чего не следует искать в понятии сцепленности, Джон Белл любил приводить носки Бертлмана. Бертлманом звали его коллегу, который неизменно появлялся на людях в носках разного цвета. Об этой причуде Бертлмана знали все. (Я сам встречал Бертлмана однажды, и на основании собственных наблюдений могу подтвердить: носки его действительно были разного цвета.) Таким образом, если кому-нибудь случалось заметить, что, скажем, левый носок Бертлмана сегодня, скажем, зеленого цвета, то этот кто-то мгновенно обретал знание о том, что правый носок Бертлмана зеленым не является. Тем не менее, вряд ли будет разумным сделать отсюда вывод, что левый носок Бертлмана способен неким таинственным образом оказывать мгновенное воздействие на правый носок Бертлмана. Эти два носка представляют собой независимые друг от друга объекты, и для того, чтобы «свойство отличия носков» всегда выполнялось, нет никакой нужды прибегать к услугам «Квинтэссенциальных Товаров». Такой эффект может быть легко организован силами самого Бертлмана, который возьмет себе за правило всегда, что бы ни случилось, надевать на ноги разные по цвету носки. Носки Бертлмана не вступают в противоречие с неравенствами Белла; никакой дальнедействующей «связи» между носками нет. Однако в случае магических додекаэдров производства «КТ» никакая «бертлмано-носочная» трактовка не в состоянии объяснить гарантированные свойства фигур. Именно в этом, собственно, и заключалась главная мысль предыдущего параграфа.

Через несколько лет после опубликования работы Белла был предложен<sup>5</sup> и впоследствии проведен<sup>6</sup> ряд натуральных экспериментов. Кульминационным стал знаменитый парижский эксперимент Алена Аспекта (совместно с группой коллег, 1981), в рамках которого исследовалось поведение фотонов, образующих «сцепленную» пару (см. §5.17): фотоны излучались в противоположных направлениях и улавливались детекторами, разнесенными на расстояние приблизительно 12 метров. Эксперимент блестяще оправдал возложенные на него надежды, установив физическую реальность Z-загадок ЭПР-типа (в полном соответствии с предсказанием стандартной квантовой теории) – и нарушив все, какие только можно, неравенства Белла (рис. 5.6).

<sup>5</sup> Первый проект конкретного эксперимента такого рода был предложен Клаузером, Хорном и Шимони (см. [54] и [55]).

<sup>6</sup> Первые эксперименты, результаты которых указывали на подтверждение предсказания квантовой нелокальности, были проведены Фридманом и Клаузером [125]; несколькими годами позже Аспект, Гранжье и Роже [14] получили существенно более полные и однозначные результаты (см. также [13]).

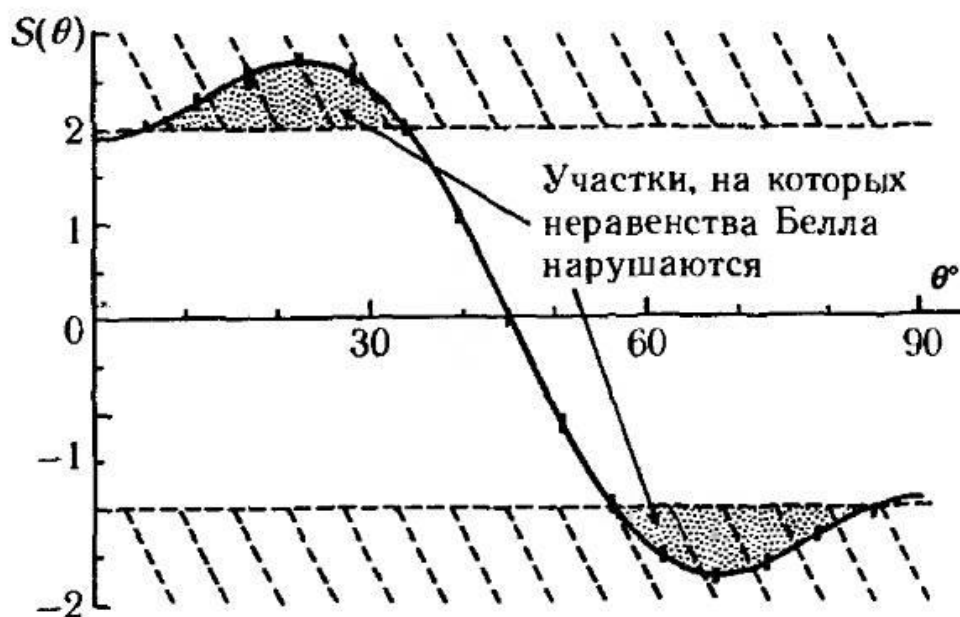


**Рис. 5.6.** ЭПР-эксперимент Алена Аспекта и его коллег. Пары фотонов в сцепленном состоянии испускаются из источника. Решение о том, с какой стороны от источника измерять поляризацию фотона, принимается уже после того, как фотоны устремляются в разных направлениях, исключая возможность передачи «сообщения» об этом решении от одного фотона другому.

Следует, впрочем, упомянуть, что несмотря на весьма хорошее согласие между результатами эксперимента Аспекта и предсказаниями квантовой теории, до сих пор есть еще физики, отнюдь не считающие, что эти результаты как-то подтверждают существование феномена квантовой нелокальности. Они указывают на то, что детекторы фотонов в эксперименте Аспекта (и в прочих подобных опытах) не обладали достаточной чувствительностью, вследствие чего большую часть испущенных пар фотонов экспериментаторы в конечном итоге просто упустили. Последующая аргументация неизбежно приводит к следующему: если чувствительность детекторов повысить до некоторой пороговой степени, то пресловутое превосходное согласие между результатами наблюдений и предсказаниями квантовой теории рассеется как дым, немедленно восстановив в правах все те соотношения, которые, согласно Беллу, должны выполняться в любой локальной классической системе. Мне представляется крайне маловероятным, что то практически идеальное согласие квантовой теории и эксперимента, которое демонстрирует эксперимент Аспекта (см. рис. 5.7), окажется вдруг артефактом – более того, следствием недостаточной чувствительности детекторов. Еще менее правдоподобным выглядит предположение о том, что более совершенные детекторы каким-то образом это согласие ослабят – причем ослабят до такой степени, что можно будет говорить о справедливости в данном случае неравенств Белла.<sup>7</sup>

<sup>7</sup> (\*4) Известно еще одно «классическое» объяснение тех ЭПР-эффектов, что наблюдались Аспектом и прочими экспериментаторами. Объяснение это (так называемый «коллапс с запаздыванием») предложил Юэн Сквайрс [356], исходя из допущения, что реальные моменты выполнения измерения детекторами в двух удаленных друг от друга точках может разделять довольно существенный промежуток времени. Это допущение рассматривается в контексте некоей теории – само собой, нетрадиционной, вроде тех, что встретятся нам в §6.9 или §6.12, – где делаются вполне конкретные предсказания относительно вероятного момента времени, в который реально выполняется каждое из двух квантовых измерений. Поскольку оба эти момента подвержены влиянию всевозможных случайных факторов, ничто не мешает предположить, что один из детекторов выполнит измерение существенно раньше, чем другой, – настолько раньше, что этого времени вполне хватит на то, чтобы сигнал от первого детектора, распространяясь со скоростью света, достиг второго детектора и передал ему информацию о результате выполненного измерения.

Согласно такой точке зрения, всякое квантовое измерение сопровождается «информационной волной», распространяющейся со скоростью света в направлении от события измерения. Это представление полностью согласуется с классической теорией относительности (см. §4.4), однако противоречит, на достаточно больших расстояниях, квантовой теории. В частности, коллапсом с запаздыванием невозможно объяснить описанные в §5.3 свойства магических додекаэдров. Разумеется, соответствующего «эксперимента» пока еще никто не проводил, и можно вполне безнаказанно уверять себя в том, что уж в этом-то случае предсказания квантовой теории нипочем не подтвердятся. У меня, однако, имеется и более серьезное возражение: попытка применения теории «коллапса с запаздыванием» к другим квантовым измерениям сталкивается с серьезными трудностями, приводящими в конечном итоге к нарушению всех стандартных законов сохранения. Например, два достаточно разнесенных детектора смогут при таком раскладе уловить одну и ту же, скажем,  $\alpha$ -частицу, испускаемую при распаде радиоактивного атома, что разом нарушает законы сохранения энергии, электрического заряда и барионного числа! (При достаточно большом расстоянии между детекторами «информационной волне» от первого детектора просто-напросто не хватит времени для того, чтобы успеть «предупредить» второй детектор, запретив ему тем самым принимать ту же  $\alpha$ -частицу.) Впрочем, «статистически» законы сохранения в данном случае всё равно



**Рис. 5.7.** Результаты эксперимента Аспекта очень хорошо согласуются с предсказаниями квантовой теории и совершенно не вписываются в классические неравенства Белла. Неясно, каким образом более совершенные детекторы могут этому согласию помешать.

Первоначально Белл получил соотношения между совместными вероятностями различных возможных событий (неравенства Белла). Для того, чтобы оценить действительные вероятности событий в рамках того или иного физического эксперимента, необходимо прежде накопить достаточный объем результатов наблюдений, а затем подвергнуть их соответствующему статистическому анализу. Не так давно был предложен ряд альтернативных проектов экспериментов (гипотетического характера), построенных исключительно на принципе «да/нет» и не нуждающихся в каком бы то ни было учете вероятностей. Первый из этих недавних проектов, разработанный в 1989 году Гринбергером, Хорном и Цайлингером [170], включает в себя измерение спина на частицах со спином  $1/2$  в трех отдаленных друг от друга точках (скажем, на Земле, на альфе Центавра и на Сириусе – на случай, если этим проектом вдруг заинтересуются «Квинтэссенциальные Товары»). Ранее (в 1967 году) очень похожую идею выдвинули Кохен и Спекер [225], только они предполагали использовать частицы со спином  $1$  и чрезвычайно сложные геометрические конфигурации; да и сам Белл еще в 1966 году также работал над чем-то подобным, хотя и не столь конкретным [21]. (Эти ранние исследования, разумеется, не формулировались сразу в терминах ЭПР-феноменов; соответствующая переформулировка была предложена в 1983 году Хейвудом и Редхедом [197], см. также [358].<sup>8</sup>) Приведенный выше пример с додекаэдрами хорош тем, что его геометрия весьма проста и легко представима визуально.<sup>9</sup> (Предлагались также эксперименты для изучения феноменов, эквивалентных уже упомянутым примерам Z-загадок, но иных физически; [394].)

### §5.5. Фундамент квантовой теории: исторический экскурс

Каковы же фундаментальные принципы квантовой механики? Прежде, чем мы перейдем непосредственно к поискам ответа на этот вопрос, я хотел бы пригласить читателя на небольшую историческую экскурсию с целью проследить происхождение двух важнейших математических ингредиентов современной квантовой теории. При этом выяснятся совершенно замечательные (и малоизвестные широкой публике) вещи: во-первых, оба этих ингредиента появились, причем независимо друг от друга, еще в XVI веке, а во-вторых, придумал их один и тот же человек!

---

действуют, и мне не известно ни об одном реальном измерении, опровергающем это допущение. Одну из последних оценок статуса соответствующей теории можно найти в [204].

<sup>8</sup> Как сообщил мне Абнер Шимони, Кохен и Спекер к тому времени уже самостоятельно пришли к соответствующей переформулировке.

<sup>9</sup> (\*6) Примеры с другими геометрическими конфигурациями можно найти в [305], [260] и [299].

Человек этот, Джероламо Кардано (рис. 5.8), родился 24 сентября<sup>10</sup> 1501 года в итальянском городе Павия, стал, помимо прочего, лучшим и известнейшим врачом своего времени и умер 20 сентября<sup>11</sup> 1576 года в Риме. Несмотря на то, что его жизнь представляет собой один сплошной скандал (начиная с того, что союз его родителей не был освящен церковью, и заканчивая арестом и заключением в тюрьму уже самого Кардано на закате его жизни), он был человеком выдающегося ума и личных качеств, о чем, к сожалению, сегодня мало кому известно. Надеюсь, читатель простит меня, если я ненадолго отвлекусь от собственно квантовой механики и коротко расскажу об этом неординарном человеке.

В самом деле, в квантовой механике он совершенно неизвестен – зато его имя (всё лучше, чем ничего) хорошо знакомо автомеханикам. Карданным валом называется универсальное устройство, соединяющее коробку передач автомобиля с его задними колесами и обеспечивающее гибкость, необходимую для поглощения переменного вертикального движения подпрессоренной задней оси. Прототип этого изобретения Кардано создал приблизительно в 1545 году, а в 1548 уже смог встроить его в шасси кареты, предназначенной для императора Карла V, что весьма скрасило тому путешествия по разбитым ухабистым дорогам. Кардано изобрел и многие другие полезные вещи – например, кодовый замок, аналогичный тем, что используются в современных сейфах. Как врач, Кардано достиг широчайшей известности; среди его пациентов были короли и принцы. Он совершил множество открытий в медицине и написал немало книг на медицинские и другие темы. По всей видимости, именно Кардано первым указал, что такие венерические болезни, как сифилис и гонорея, представляют собой разные болезни и требуют, соответственно, различного лечения. Он же первым предложил лечить больных туберкулезом «санаторно» – на 300 лет раньше Джорджа Боддингтона, который в 1830 году, в сущности, «переоткрыл» уже известное. В 1552 году Кардано вылечил Джона Гамильтона, архиепископа Шотландского, страдавшего астмой в тяжелой форме, – и оказал тем самым серьезное влияние на историю Британии.

Какое же отношение все эти впечатляющие достижения имеют к квантовой теории? Совершенно никакого, разве что демонстрируют широту ума человека, которому мы фактически обязаны открытием двух наиболее фундаментальных составляющих этой самой теории, причем открытия эти никак одно с другим не связаны. Кардано был выдающимся врачом и выдающимся изобретателем, однако этими областями деятельности он не ограничивался – он был еще и выдающимся математиком.

Первая из упомянутых составляющих – теория вероятностей. Как известно, квантовая теория является теорией скорее вероятностной, нежели детерминистской. Сами ее правила фундаментально обусловлены вероятностными законами. В 1524 году Кардано написал свою «Книгу об азартных играх» («*Liber de Ludo Aleae*»), где заложил основы математической теории вероятностей. Описанные в книге законы Кардано сформулировал несколькими годами ранее и не преминул ими воспользоваться. Применение свежесформулированных законов на практике (а вот и выдающийся игрок!) принесло ему достаточно денег для того, чтобы заплатить за обучение в



**Рис. 5.8.** Джероламо Кардано (1501–1576). Выдающийся врач, изобретатель, игрок, писатель и математик. Первооткрыватель комплексных чисел и теории вероятности – фундаментальных составляющих современной квантовой теории.

<sup>10</sup> В.Э.: 4 октября по нашему календарю, который тогда еще не был введен, но будет введен в конце того же столетия (в 1582 году).

<sup>11</sup> В.Э.: По данным всех моих энциклопедий – 21 сентября, что составляет 1 октября по Григорианскому календарю.

медицинской школе в Павии. По всей видимости, Кардано с самых юных лет знал, что зарабатывать деньги шулерством – занятие весьма рискованное, поскольку именно в результате подобной деятельности был убит бывший муж его матери. Джероламо же обнаружил, что, используя открытые им законы, управляющие самим случаем, выигрывать можно вполне честно.

Вторая фундаментальная составляющая квантовой теории, открытая Кардано, – понятие комплексного числа. Комплексным называется число вида

$$a + ib,$$

где под  $i$  понимается квадратный корень из минус единицы,

$$i = \sqrt{-1},$$

а  $a$  и  $b$  суть обычные вещественные числа (т.е. числа, которые можно представить в виде десятичных дробей). Сегодня мы называем число  $a$  вещественной частью комплексного числа  $a + ib$ , а число  $b$  – его мнимой частью. На эти странные числа Кардано наткнулся, пытаясь отыскать способ решения общего кубического уравнения. Кубическими называются уравнения вида

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0,$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  – некоторые заданные вещественные числа, а уравнение следует решать относительно  $x$ . В 1545 году Кардано опубликовал трактат под названием «*Ars magna*»<sup>12</sup>, где и привел первый полный анализ решения таких уравнений.

С публикацией этого решения связана пренеприятнейшая история. Еще в 1539 году учитель математики Николо Фонтана, более известный по прозвищу Тарталья (что в переводе с итальянского означает «заика»), отыскал общее решение для некоторого широкого класса кубических уравнений. Тогда же Кардано подослал к нему одного своего приятеля, чтобы тот выведал у Тартальи, как выглядит это решение. Тарталья, однако, не пожелал о нем говорить, вследствие чего Кардано засел за работу и вскоре обнаружил искомое решение самостоятельно, опубликовав результат в 1540 году в своей книге «Практическая арифметика и простые измерения». Более того, Кардано удалось распространить свое решение на все возможные случаи; позднее Кардано описал этот общий аналитический метод решения в «*Ars magna*». В обеих книгах Кардано указывал на первенство Тартальи в отыскании решения для того класса случаев, где это решение применимо, однако в «*Ars magna*» он допустил ошибку, утверждая, что Тарталья дал ему разрешение на публикацию. Узнав об этом, Тарталья пришел в ярость и заявил, что он сам однажды рассказал Кардано (будучи у него в доме по какому-то делу) о своем решении, взяв с хозяина клятву, что тот никому и ни при каких обстоятельствах это решение не откроет. Как бы то ни было, Кардано оказался в непростой ситуации: публикуя свое решение, обобщающее ранее полученное решение Тартальи, он тем самым неизбежно раскрывал «тайну» этого частного случая. Единственным выходом, по всей видимости, было бы полное замалчивание уже полученных результатов и прекращение каких бы то ни было исследований в этой области – и вряд ли Кардано пошел бы на такое. Тарталья, однако, затаил на Кардано обиду и выжидал вплоть до 1570 года. Именно тогда, воспользовавшись тем, что репутация Кардано оказалась серьезно подмочена в силу других скандальных обстоятельств, Тарталья и нанес завершающий удар, приведший в конечном итоге к унижению и смерти Кардано. В тесном сотрудничестве с Инквизицией Тарталья собрал огромную коллекцию всевозможных улик против Кардано и лично организовал его арест и заключение под стражу. Освободили Кардано только в 1571 году, после того, как в Рим прибыл особый посланник от архиепископа Шотландского (которого, как мы помним, Кардано вылечил от астмы) с прошением об освобождении узника – «ученого, пекущегося лишь о сохранении и исцелении тел, дабы души Господни проживали в них весь отпущенный им срок».

Вышеупомянутые «скандальные обстоятельства» включают в себя, в частности, суд над старшим сыном Кардано, Джованни Баттистой, по обвинению в убийстве. На суде Джероламо, рискуя своей репутацией, выступил с поручительством за сына. Это не принесло им обоим ничего хорошего, поскольку Джованни был-таки виновен – он убил жену (женится он, впрочем, не по своей воле), пытаясь прикрыть еще одно совершенное им же убийство. По всей видимости, убийство жены Джованни совершил по наущению и при содействии своего младшего брата Альдо (еще больший, как выясняется, негодяй: тогда же он предал Джованни, а позднее выдал собственного отца Инквизиции; наградой Альдо стало назначение его палачом Инквизиции в Болонье). Не способствовала восстановлению репутации Кардано и его дочь, которая умерла от сифилиса, приобретенного благодаря ее профессиональной деятельности – проституции.

<sup>12</sup> «Великое искусство» (лат.) – Прим. перев.

Интересное упражнение в исторической психологии – попытаться понять, как же так вышло, что Джероламо Кардано, любящий, судя по всему, отец, преданный жене и детям, и вообще честный и чуткий человек, не лишенный высоких устремлений, воспитал столь недостойное потомство.<sup>13</sup> Несомненно, от семейных забот его часто отвлекали другие интересы, многочисленные и требующие немало времени. Несомненно, его более чем годичное (когда ему пришлось ехать в Шотландию для лечения архиепископа, хотя в первоначальной договоренности речь шла лишь о встрече в Париже) отсутствие дома после смерти жены очень неблагоприятно сказалось на детях. Несомненно также, что в смерти жены непосредственно повинна убежденность Кардано в том, что ему самому звезды предсказали смерть в 1546 году, – чем ближе к этому сроку, тем больше погружался Кардано в лихорадочные исследования и запись еще не записанного, совершенно позабыв не только о детях, но и о жене, что и свело ее (а не его) в могилу к концу того самого года.

Сегодня Кардано известен гораздо меньше, чем он того заслуживает, и истоки этого забвения, как я подозреваю, кроются в его злосчастной судьбе и безнадежно запятнанной (совместными стараниями его детей, Инквизиции и – в особенности – Тартальи) репутации. В моей же личной «габеле о рангах» он безоговорочно принадлежит к величайшим фигурам эпохи Возрождения. Несмотря на то, что Джероламо рос в бедности, на формирование его личности очень большое влияние оказала царившая в доме атмосфера стремления к знаниям. Его отец, Фацио Кардано, был увлечен геометрией; Джероламо вспоминал, как однажды, когда он был еще ребенком, отец взял его с собой в гости к Леонардо да Винчи и как взрослые засиделись за полночь, обсуждая какие-то геометрические задачи.

Что же касается опубликования Кардано раннего результата Тартальи и некорректного, мягко говоря, утверждения, что последний эту публикацию разрешил, то, думаю, большего уважения всё же заслуживает желание сделать свое открытие достоянием общественности, нежели стремление утаить новые знания. Разумеется, Тарталью тоже можно понять – от сохранения открытий в тайне зависел, до некоторой степени, его достаток (особенно если учесть, что Тарталья являлся завсегдатаем публичных математических состязаний), однако именно трактат Кардано, включающий решение Тартальи в качестве частного случая, оказал серьезное и долговременное влияние на развитие математической науки. Более того, раз уж мы затронули вопрос первенства, то оно, судя по всему, принадлежит и вовсе третьему ученому – Сципионе дель Ферро, преподававшему в Болонском университете вплоть до своей смерти в 1526 году. Во всяком случае, в записях дель Ферро имеется то решение, которое позднее заново открыл Тарталья, хотя остается неясным, понимал ли дель Ферро, каким образом это решение можно модифицировать для описания случаев, рассмотренных Кардано в «*Ars magna*»; отсутствуют также какие бы то ни было свидетельства в пользу того, что дель Ферро добрался до концепции комплексных чисел.

Для того, чтобы понять, в чем заключается фундаментальность вклада Кардано, рассмотрим решение кубического уравнения более подробно. Воспользовавшись подстановкой  $x \rightarrow x + a$ , нетрудно свести общее кубическое уравнение к виду

$$x^3 = px + q,$$

где  $p$  и  $q$  – вещественные числа. С такой подстановкой математики XVI века были прекрасно знакомы. Однако если вспомнить о том, что числа, которые мы сегодня называем отрицательными, в те времена далеко не все считали «настоящими» числами, то можно предположить, что во избежание появления в окончательном уравнении отрицательных чисел, получаемые в результате уравнения имели несколько иной вид – в зависимости от знака при  $p$  и  $q$  (например,  $x^3 + px = q$  или  $x^3 + q' = px$ ). Чтобы не усложнять рассуждения без необходимости, я буду в дальнейшем придерживаться современного способа записи.

Решения вышеприведенного кубического уравнения можно представить графически. Для этого построим кривые  $y = x^3$  и  $y = px + q$  и отметим точки их пересечения. Координаты  $x$  этих точек и будут искомыми решениями уравнения. Обратите внимание на рис. 5.9: функция  $y = x^3$  представлена в виде кривой, а для прямой  $y = px + q$  показаны несколько возможных вариантов. (Мне неизвестно, использовали ли Кардано или Тарталья такое графическое представление, хотя это вполне возможно. Здесь я использую его исключительно для удобства рассмотрения раз-

<sup>13</sup> В.Э.: Ну, раз он был азартным игроком, то не был никаким «книжным червем»; судя по всему, он был холериком, и всё его окружение холерично. Сам – внебрачный ребенок; отчим убит за шулерство... Ну, и холеричность детей проявлялась.

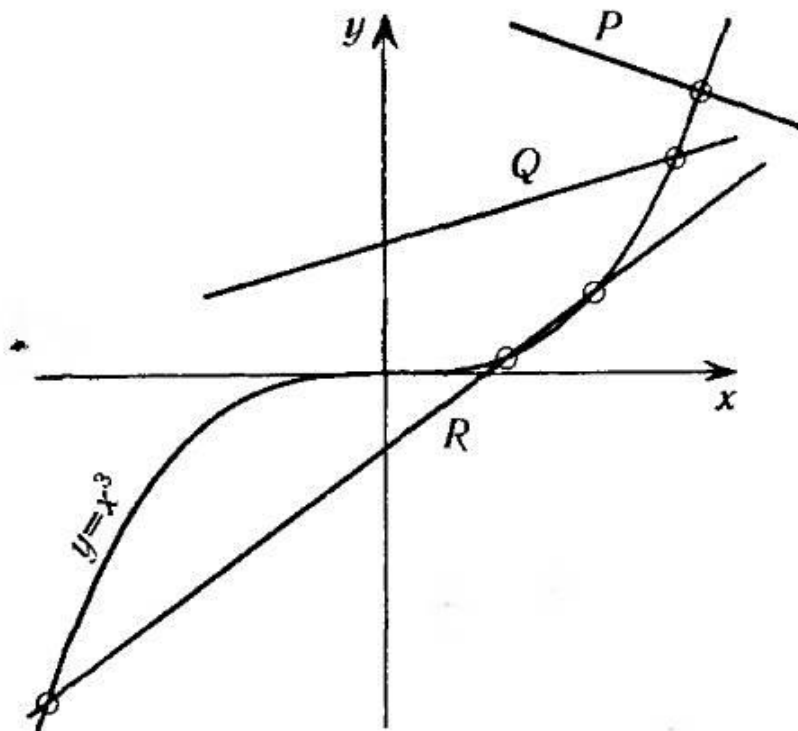
личных возможных случаев.) Те случаи, для которых годилось решение Тартальи, соответствуют в наших обозначениях прямым с отрицательным (или нулевым)  $p$ . В этих случаях прямая «опускается» слева направо, типичный пример – прямая  $P$  на рис. 5.9. Отметим, что в таких случаях всегда существует только одна точка пересечения прямой и кривой, т.е. кубическое уравнение имеет лишь одно решение. В современных обозначениях мы можем записать решение Тартальи следующим образом:

$$x = \sqrt[3]{\left(w - \frac{1}{2}q\right)} - \sqrt[3]{\left(w + \frac{1}{2}q\right)},$$

где

$$w = \sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2 + \left(\frac{1}{3}p'\right)^3}.$$

Через  $p'$  мы здесь обозначаем  $p$ ; сделано это для того, чтобы все входящие в выражение величины оставались неотрицательными (число  $q$  также выбирается положительным).



**Рис. 5.9.** Решения кубического уравнения  $x^3 = px + q$  могут быть получены графически в виде точек пересечения прямой  $y = px + q$  и кубической кривой  $y = x^3$ .

Обобщение Кардано этой процедуры учитывает также случаи  $p > 0$  и позволяет записать решения для этих случаев (при положительном  $p$  и отрицательном  $q$ ; впрочем, знак при  $q$  погоды не делает). Соответствующие прямые «поднимаются» слева направо (обозначены на рисунке буквами Q и R). Мы видим, что при некотором заданном значении  $p$  (т.е. при заданном угле наклона) и достаточно большом (т.е. таком, чтобы прямая пересекала ось  $y$  в точке, расположенной достаточно высоко)  $q'$  (иначе говоря,  $-q$ ) снова существует одно-единственное решение. Выражение Кардано для этого решения имеет вид (в современных обозначениях)



$$x = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}q' + w\right)} - \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}q' - w\right)},$$

где

$$w = \sqrt{\left(\frac{1}{2}q'\right)^2 + \left(\frac{1}{3}p\right)^3}.$$

Вооружившись современными обозначениями и современной же концепцией отрицательного числа (а также учитывая тот факт, что кубический корень отрицательного числа равен отрицательному кубическому корню того же, но положительного числа), мы легко убеждаемся, что выражение Кардано, в сущности, идентично выражению Тартальи. Однако в случае Кардано в том же, казалось бы, выражении появляется нечто принципиально новое. Теперь при достаточно малом  $q'$  прямая может пересечь кривую в трех точках, т.е. у исходного уравнения окажется три решения (при  $p > 0$  два из них отрицательны). Случай этот – так называемый *casus irreducibilis*<sup>14</sup> возникает, когда  $(\frac{1}{2}q')^2 < (\frac{1}{3}p)^3$ ; нетрудно видеть, что  $w$  оказывается при этом квадратным корнем из отрицательного числа. Таким образом, числа  $\frac{1}{2}q' + w$  и  $\frac{1}{2}q' - w$  под знаком кубического корня в выражении Кардано являются не чем иным, как комплексными числами; сумма же этих двух кубических корней, если мы хотим получить решение уравнения, должна быть вещественным числом.

Это таинственное обстоятельство не избежало внимания Кардано, и позднее в «*Ars magna*» он отдельно обратился к вопросу, поставленному появлением комплексных чисел в решении уравнения, на примере задачи об отыскании двух чисел, произведение которых равно 40, а сумма равна 10. Эту задачу он решил (причем решил правильно), получив в качестве ответа два комплексных числа:

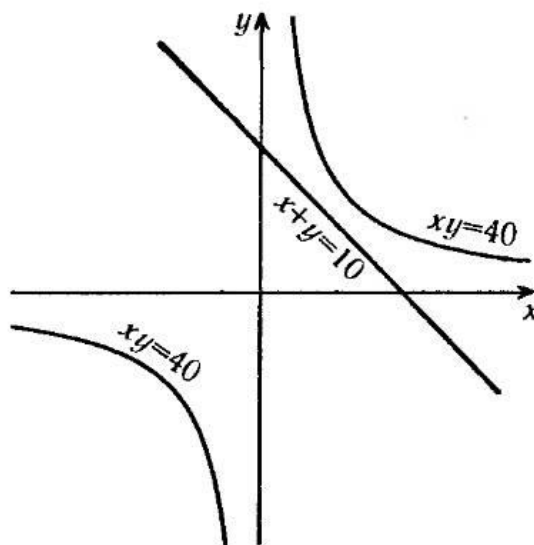
$$5 + \sqrt{-15}$$

и

$$5 - \sqrt{-15}.$$

В графическом представлении задача сводится к отысканию точек пересечения кривой  $xy = 40$  и прямой  $x + y = 10$  (см. рис. 5.10). Отметим, что построенные на рисунке кривая и прямая нигде не пересекаются (в вещественных числах), что вполне согласуется с тем фактом, что для записи решения задачи требуются комплексные числа. Кардано эти новые числа в восторг отнюдь не приводили; он жаловался, что работа с ними «мучительна для разума». Тем не менее, изучая кубические уравнения, он вынужден был признать необходимость рассмотрения таких чисел.

Следует отметить, что необходимость в комплексных числах при записи решения кубического уравнения (представленного графически на рис. 5.9) обусловлена причинами, значительно более загадочными, нежели появление таких чисел в задаче, изображенной на рис. 5.10 (задача эта, в сущности, эквивалентна задаче отыскания корней квадратного уравнения  $x^2 - 10x + 40 = 0$ ). В последнем случае вполне очевидно, что без привлечения комплексных чисел задача не имеет решения вовсе, и ничто не мешает нам объявить введение таких чисел безосновательной выдумкой, затеянной исключительно ради того, чтобы снабдить хоть каким-то «решением» уравнение, в действительности решений не имеющее. Эта позиция, однако, не объясняет, что происходит в случае кубического уравнения. Здесь (*casus irreducibilis* или прямая  $R$  на рис. 5.9)



**Рис. 5.10.** Задача Кардано об отыскании двух чисел, произведение которых равно 40, а сумма равна 10, может быть представлена графически как отыскание точек пересечения кривой  $xy = 40$  и прямой  $x + y = 10$ . При этом становится очевидным, что в вещественных числах эта задача решения не имеет.

<sup>14</sup> Неприводимый случай (лат.). – Прим. перев.

уравнение действительно имеет три вещественных решения, отрицать существование которых невозможно, однако для того, чтобы выразить любое из этих решений даже в иррациональных числах (т.е. в квадратных и кубических корнях, как в данном случае), нам приходится забираться в таинственные дебри комплексных чисел, хотя окончательный результат и принадлежит миру чисел вещественных.

Похоже, что до Кардано никто в эти таинственные дебри не углублялся и не задумывался над тем, каким образом из них «произрастает» наш собственный «вещественный» мир. (Снаружи заглядывали – например, Герон Александрийский и Диофант Александрийский в первом и, соответственно, в третьем веках нашей эры, судя по некоторым свидетельствам, размышляли над идеей существования у отрицательного числа чего-то вроде «квадратного корня»<sup>15</sup>, однако ни один из них не набрался храбрости объединить такие «числа» с числами вещественными и прийти таким образом к понятию комплексного числа; не разглядели они и глубинной связи между своими «псевдоцифрами» и вещественными решениями уравнений.) Возможно, именно удивительное сочетание в одном человеке двух личностей – мистика и рационально мыслящего ученого – позволило Кардано уловить эти первые проблески того, что развилось позднее в одну из мощнейших математических концепций. В последующие годы, благодаря трудам Бомбелли, Коутса, Эйлера, Весселя, Арганда,<sup>16</sup> Гаусса, Коши, Вейерштрасса, Римана, Леви, Льюи и многих других, теория комплексных чисел разрослась вглубь и вширь и занимает сегодня заслуженное место среди наиболее изящных и универсально применимых математических конструкций. Однако лишь с появлением в первой четверти двадцатого века квантовой теории мы осознали, какую странную и всепронизывающую роль играют комплексные числа в самой фундаментальной структуре того физического мира, в котором мы живем, – не знали мы прежде и о том, насколько тесна связь между комплексными числами и вероятностями.<sup>17</sup> Даже у Кардано не возникло (да и не могло возникнуть) ни малейшего подозрения о существовании таинственной глубинной связи между двумя величайшими его вкладами в математику – связи, которая образует самый фундамент материальной Вселенной на тончайшем из ее уровней.

### §5.6. Основные правила квантовой теории

Что же это за связь? Что объединяет комплексные числа и теорию вероятностей, имея результатом неоспоримо превосходное описание работы тончайших внутренних механизмов нашего мира? Грубо говоря, законы комплексного исчисления справедливы на очень тонком подуровне феноменов, тогда как вероятности играют свою роль на узком мостике, что соединяет тот тонкий подуровень с хорошо знакомым нам уровнем обыденного восприятия, – от такого «объяснения», разумеется, проку немного; для сколько-нибудь реального понимания нам понадобится нечто более существенное.

Рассмотрим для начала роль комплексных чисел. В силу самого их определения их очень сложно принять в качестве инструмента для описания действительной физической реальности. Наибольшая сложность заключается в том, что им, на первый взгляд, просто нет места на уровне тех феноменов, что мы способны непосредственно воспринимать, на уровне, где действуют классические законы Ньютона, Максвелла и Эйнштейна.<sup>18</sup> Таким образом, для того, чтобы наглядно представить себе, как именно работает квантовая теория, необходимо (хотя бы предварительно) учесть, что физические процессы происходят на двух четко разделенных уровнях: квантовом подуровне, где как раз и играют свою странную роль комплексные числа, и

<sup>15</sup> В.Э.: Разве в античное время уже имелась концепция отрицательного числа? Даже во времена Кардано эти числа еще «не признавали»... А вообще – как только концепция отрицательных чисел появилась, любого сколь-нибудь глубокого математического мыслителя должна была сразу озадачить очевидная и вопиющая несимметричность «числовой оси».

<sup>16</sup> В.Э.: В этой книге («Тени разума») издатели фамилию Жана Робера Аргана (1768–1822) пишут как «Арганд». Хотя по-французски она действительно пишется *Argand*, но вообще-то в русскоязычной литературе принято написание по произношению: Арган (и так это имя писалось также в НРК – в переводе Первой книги Пенроуза {PENRO2}).

<sup>17</sup> В.Э.: Сами по себе «комплексные числа» не имеют никакой связи с вероятностями. Они имеют глубочайшую связь с ротацией – это «числа вращения». Именно через ротацию они и приобретают свою роль в квантовой механике.

<sup>18</sup> В.Э.: Почему же нет места? Вращение Земли тоже можно описать «комплексными числами». Так, если в полдень мое расстояние до оси Земли равно  $r$ , то вечером оно равно  $ir$ , в полночь:  $-r$ , а утром:  $-ir$ .

классическом уровне привычных макроскопических физических законов. На квантовом уровне комплексные числа выглядят вполне естественно – однако вся эта естественность напрочь пропадает, случись им забрести на уровень классический. Я вовсе не хочу сказать, что между уровнем, на котором действуют квантовые законы, и уровнем классически воспринимаемых феноменов непременно должно наличествовать физическое разделение; давайте просто вообразим (пока), что такое разделение существует – это поможет понять смысл процедур, реально применяемых в квантовой теории. Вопрос о существовании такого физического разделения в действительности очень глубок, и мы попытаемся на него ответить несколько позднее.

Где же начинается квантовый уровень? Надо думать, квантовым называется уровень тех физических объектов, которые «достаточно малы» – например, молекулы, атомы, элементарные частицы. Впрочем, на физические расстояния это требование «малости» распространяется далеко не всегда. Эффекты квантового уровня могут возникать и на огромном удалении. Вспомним о четырех световых годах, разделяющих два додекаэдра в моей истории в §5.3, или о двенадцати метрах, разделяющих фотоны во вполне реальном эксперименте Аспекта (§5.4). Иначе говоря, квантовый уровень определяется не малым физическим размером, но чем-то более тонким, причем на данном этапе этой «формулировкой» лучше и ограничиться. Можно также приблизительно считать квантовым уровень, где мы рассматриваем очень малые изменения в энергии. Более подробно мы обсудим этот вопрос в §6.12.

Классическим же мы называем уровень, который мы, как правило, воспринимаем непосредственно. Здесь действуют законы классической физики, оперирующие вещественными числами, здесь имеют смысл самые обычные описания – например, те, что задают положение, скорость движения и форму футбольного мяча. Существует ли какая-либо реальная физическая граница между квантовым уровнем и уровнем классическим? Вопрос этот, как я только что отметил, очень глубок и тесно связан с трактовкой X-загадок, или квантовых парадоксов (см. §5.1). Поиск ответа мы отложим до лучших времен, а пока, просто из соображений удобства, будем рассматривать квантовый уровень отдельно от классического.

Какую фундаментальную роль играют комплексные числа на квантовом уровне? Возьмем для примера отдельную частицу – скажем, электрон. В классической картине мира электрон может занимать либо положение А, либо какое-нибудь другое положение В. Однако в квантовомеханическом описании перед тем же электроном открываются гораздо более широкие возможности. Он не только может занимать то или иное из указанных положений, он может находиться и в любом из ряда возможных состояний, занимая при этом (в некотором строгом смысле) оба положения одновременно! Обозначим через  $|A\rangle$  состояние, в котором электрон занимает положение А, а через  $|B\rangle$  – состояние, в котором электрон занимает положение В.<sup>19</sup> Тогда, согласно квантовой теории, электрону доступны следующие возможные состояния:

$$w|A\rangle + z|B\rangle,$$

причем фигурирующие здесь весовые коэффициенты  $w$  и  $z$  представлены комплексными числами (и по крайней мере одно из них должно быть отлично от нуля).

Что это означает? Если бы весовые коэффициенты были неотрицательными вещественными числами, то можно было предположить, что записанная комбинация представляет собой, в некотором смысле, взвешенное вероятностное ожидание положения электрона, где  $w$  и  $z$  символизируют относительные вероятности нахождения электрона в положении, соответственно, А и В. Тогда отношение  $w : z$  даст отношение вероятности нахождения электрона в точке А к вероятности нахождения электрона в точке В. Таким образом, если этими двумя и исчерпываются доступные электрону положения, то мы получаем ожидание  $w / (w + z)$  для электрона в точке А и ожидание  $z / (w + z)$  для электрона в точке В. При  $w = 0$  электрон определенно находится в точке В; при  $z = 0$  ищите его в точке А, больше ему деться некуда. Если состояние электрона записывается как  $|A\rangle + |B\rangle$ , это означает, что электрон может с равной вероятностью оказаться как в положении А, так и в положении В.

<sup>19</sup> Из соображений удобства я использую здесь предложенную Дираком стандартную систему обозначений для квантовых состояний (в данном случае, скобку «кет»). Читатели, незнакомые с квантовомеханическими обозначениями, могут пока не обращать на эти скобки внимания. Поль Дирак был одним из наиболее выдающихся физиков двадцатого столетия. Среди его достижений – общая формулировка законов квантовой теории, а также ее релятивистское обобщение, включающее в себя знаменитое «уравнение Дирака» для электрона. Дирак обладал удивительной способностью «чувять» истину – свои уравнения он оценивал в значительной степени по их эстетическим качествам!

Однако числа  $w$  и  $z$  – комплексные, так что вышеприведенная интерпретация не имеет никакого смысла. Отношения квантовых весовых коэффициентов  $w$  и  $z$  не являются отношениями вероятностей. Это невозможно хотя бы потому, что вероятности всегда выражаются вещественными числами. Несмотря на широко распространенное мнение о вероятностной природе квантового мира, на квантовом уровне не действует Карданова теория вероятностей. А вот его таинственная теория комплексных чисел пришлась здесь как нельзя более кстати – именно она лежит в основе математически точного и абсолютно безвероятностного описания процессов, протекающих на квантовом уровне.

Пользуясь привычным и понятным языком, невозможно объяснить, что «означает» фраза «в данный момент времени электрон находится в состоянии суперпозиции двух положений с комплексными весовыми коэффициентами  $w$  и  $z$ ». На настоящем этапе нам придется просто принять всё это как должное; именно такими описаниями мы и вынуждены довольствоваться при рассмотрении квантовых систем. Такие суперпозиции, как сообщают естествоиспытатели, играют важную роль в действительной конструкции нашего микромира. Квантовый мир на самом деле ведет себя именно таким необычным и непостижимым образом, а нам повезло набрести на этот простой факт. А от фактов никуда не уйти – имеющиеся в нашем распоряжении описания, в соответствии с которыми эволюционирует микромир, действительно являются не только математически точными, но и, более того, целиком и полностью детерминированными!

### §5.7. Унитарная эволюция U

Таким детерминированным описанием является, например, унитарная эволюция (обозначим ее буквой U). Эта эволюция описывается точными математическими уравнениями, однако нам не так уж важно знать, как именно эти уравнения выглядят. Нам понадобятся лишь некоторые из свойств эволюции U. В так называемом «шрёдингеровом представлении» U задается уравнением Шрёдингера, которое характеризует скорость изменения квантового состояния (или волновой функции) во времени. Это квантовое состояние (обычно обозначаемое греческой буквой  $\psi$ , или так:  $|\psi\rangle$ ) представляет собой полную взвешенную сумму (с комплексными весовыми коэффициентами) всех возможных альтернатив, доступных данной квантовой системе. Таким образом, для приведенного выше примера с двумя альтернативными положениями электрона квантовое состояние  $|\psi\rangle$  записывается в виде следующей комбинации комплексных чисел:

$$|\psi\rangle = w|A\rangle + z|B\rangle,$$

где  $w$  и  $z$  – комплексные числа (причем хотя бы одно из них не равно нулю). Комбинацию  $w|A\rangle + z|B\rangle$  мы называем линейной суперпозицией состояний  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$ . Величина  $|\psi\rangle$  (равно как и  $|A\rangle$  или  $|B\rangle$ ) часто называется вектором состояния. Квантовые состояния (или векторы состояния) могут записываться и в более общем виде – например, так:

$$|\psi\rangle = u|A\rangle + v|B\rangle + w|C\rangle + \dots + z|F\rangle,$$

где  $u, v, \dots, z$  – комплексные числа (причем хотя бы одно из них не равно нулю), а  $|A\rangle, |B\rangle, \dots, |F\rangle$  символизируют различные возможные положения, которые может занимать частица (или какое-либо иное возможное свойство частицы – например, ее спиновое состояние; см. §5.10). Обобщая далее, можно допустить выражение волновой функции или вектора состояния в виде бесконечной суммы (поскольку число положений, которые может занимать точечная частица, бесконечно велико); впрочем, подобные случаи нас пока не занимают.

Здесь необходимо упомянуть об одной технической особенности квантового формализма. Дело в том, что значимыми являются только отношения комплексных весовых факторов. Подробнее об этом я расскажу позднее. А пока мы просто отметим, что для любого отдельно взятого вектора состояния  $|\psi\rangle$  верно следующее: любое комплексное кратное  $u|\psi\rangle$  (где  $u \neq 0$ ) описывает то же самое физическое состояние, что и  $|\psi\rangle$ . Таким образом, например, физические состояния  $uw|A\rangle + uz|B\rangle$  и  $w|A\rangle + z|B\rangle$  совершенно идентичны. Соответственно, физический смысл имеет отношение  $w : z$ , но не отдельные числа  $w$  и  $z$ .

Наиболее фундаментальным свойством уравнения Шрёдингера (а значит, и эволюции U) является его линейность. Иначе говоря, если у нас есть два состояния (скажем,  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$ ) и уравнение Шрёдингера, согласно которому по прошествии времени  $t$  состояния  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$  эволюционируют в новые состояния, соответственно,  $|\psi'\rangle$  и  $|\phi'\rangle$ , то любая линейная суперпозиция  $w|\psi\rangle + z|\phi\rangle$  за то же время  $t$  неминуемо эволюционирует в суперпозицию  $w|\psi'\rangle + z|\phi'\rangle$ . Для

обозначения эволюции за время  $t$  воспользуемся символом  $\sim$ . Тогда линейность подразумевает следующее: если

$$|\psi\rangle \sim |\psi'\rangle \text{ и } |\phi\rangle \sim |\phi'\rangle,$$

то имеет место и эволюция

$$w|\psi\rangle + z|\phi\rangle \sim w|\psi'\rangle + z|\phi'\rangle.$$

Это рассуждение применимо (разумеется) и к линейным суперпозициям трех и более индивидуальных квантовых состояний: например, состояние  $u|\chi\rangle + w|\psi\rangle + z|\phi\rangle$  эволюционирует за время  $t$  в состояние  $u|\chi'\rangle + w|\psi'\rangle + z|\phi'\rangle$ , если каждое из состояний  $|\chi\rangle$ ,  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$  в отдельности эволюционирует за это же время, соответственно, в  $|\chi'\rangle$ ,  $|\psi'\rangle$  и  $|\phi'\rangle$ . Иными словами, эволюция всегда происходит так, словно каждый отдельно взятый компонент суперпозиции не «знает» о присутствии других. Можно сказать, что каждый отдельно взятый «мир», описываемый упомянутым компонентом, эволюционирует независимо от других, но всегда в соответствии с тем же уравнением Шрёдингера, что и другие. При этом комплексные весовые коэффициенты в суперпозиции, описывающей совокупное состояние, в процессе эволюции остаются неизменными.

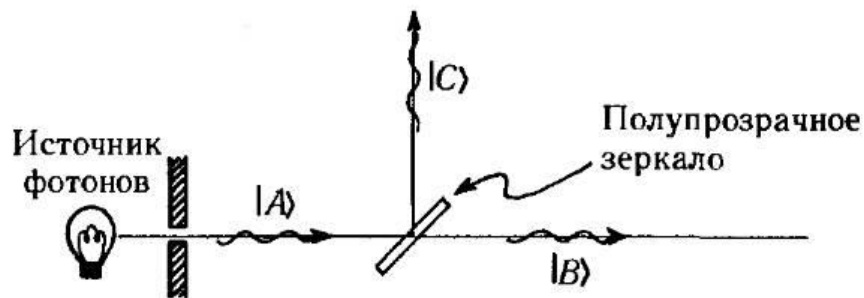


Рис. 5.11. Фотон в состоянии  $|A\rangle$  падает на полупрозрачное зеркало; в результате его состояние эволюционирует (согласно  $U$ ) в суперпозицию  $|B\rangle + i|C\rangle$ .

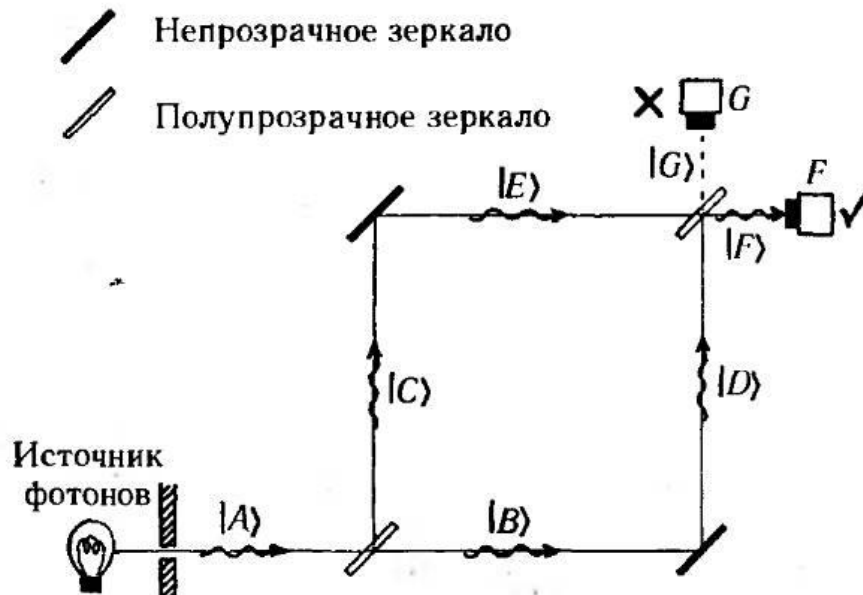


Рис. 5.12. Две составляющие состояния фотона сводятся вместе посредством двух непрозрачных зеркал; в точке слияния двух лучей установлено еще одно полупрозрачное зеркало. Лучи интерферируют таким образом, что результирующий луч приобретает состояние  $|F\rangle$ , тогда как детектор в точке  $G$  фотона не регистрирует.

Ввиду вышесказанного можно подумать, что суперпозиции и комплексные весовые коэффициенты не играют сколько-нибудь эффективной физической роли, поскольку эволюция отдельных состояний во времени происходит так, словно других состояний тут вовсе нет. Это

заблуждение. Проиллюстрируем на примере, что может произойти с такой системой в реальности.

Рассмотрим случай падения света на полусеребряное зеркало, т.е. на полупрозрачное зеркало, отражающее ровно половину падающего на него света и беспрепятственно пропускающее всё остальное. По квантовой теории, свет образуют частицы, называемые фотонами. Вполне естественно будет предположить, что половина фотонов из падающего на полусеребряное зеркало потока отражается от его поверхности, а половина проходит зеркало насквозь. Не тут-то было! Согласно всё той же квантовой теории, при столкновении с поверхностью зеркала каждый отдельный фотон переходит в состояние суперпозиции отражения и пропускания. Если фотон находился до столкновения с зеркалом в состоянии  $|A\rangle$ , то после столкновения состояние фотона эволюционирует (в соответствии с  $U$ ) в состояние, которое можно записать в виде  $|B\rangle + i|C\rangle$ , где  $|B\rangle$  символизирует состояние, в котором фотон проникает сквозь зеркало, а  $|C\rangle$  – состояние, в котором фотон от зеркала отражается (см. рис. 5.11). Запишем эту эволюцию:

$$|A\rangle \sim |B\rangle + i|C\rangle.$$

Коэффициент  $i$  появляется здесь вследствие результирующего фазового сдвига на четверть длины волны,<sup>20</sup> который возникает в таком зеркале между отраженным и прошедшим лучом света. (Для большей точности мне следовало бы включить в выражение зависящий от времени коэффициент осцилляции и выполнить полную нормировку, однако в настоящем обсуждении никакой необходимости в такой точности нет. В приводимых описаниях я выделяю лишь существенные для нас аспекты происходящего. Несколько подробнее о коэффициенте осцилляции мы поговорим в §5.11, а вопроса о нормировке коснемся в §5.12. Более полное описание можно найти в любой стандартной работе по квантовой теории<sup>21</sup>; см. также НРК, с. 243–250.)

В рамках классической картины поведения частицы мы, разумеется, предположим, что состояния  $|B\rangle$  и  $|C\rangle$  представляют собой альтернативные варианты возможного поведения фотона. В квантовой же механике нам предлагается поверить, что фотон, находясь в такой чудесной комплексной суперпозиции, действительно совершает оба указанных действия одновременно. Чтобы убедиться в том, что здесь никоим образом не может идти речь о классических вероятностно-взвешенных альтернативах, разове́м наш пример еще немного и попытаемся снова свести вместе два частных состояния фотона (два фотонных луча). Для этого отразим сначала каждый луч от обычного, непрозрачного зеркала. В результате отражения<sup>22</sup> состояние  $|B\rangle$  фотона эволюционирует, согласно  $U$ , в некоторое другое состояние, скажем,  $i|D\rangle$ , тогда как состояние  $|C\rangle$  эволюционирует в  $i|E\rangle$ :

$$|B\rangle \sim i|D\rangle \text{ и } |C\rangle \sim i|E\rangle.$$

Таким образом, совокупное состояние  $|B\rangle + i|C\rangle$  эволюционирует по  $U$  следующим образом:

$$|B\rangle + i|C\rangle \sim i|D\rangle + i(i|E\rangle) = i|D\rangle - |E\rangle$$

(поскольку  $i^2 = -1$ ). Вообразим далее, что эти два луча сходятся на четвертом зеркале, на этот раз снова полупрозрачном (как показано на рис. 5.12; предполагается, что длины всех лучей одинаковы, благодаря чему коэффициент осцилляции, которым я по-прежнему пренебрегаю, не играет никакой роли и здесь). Состояние  $|D\rangle$  эволюционирует при этом в комбинацию  $|G\rangle + i|F\rangle$ , где  $|G\rangle$  представляет состояние прохождения, а  $|F\rangle$  – состояние отражения. Аналогичным

<sup>20</sup> (\*7) Для того, чтобы получить самое эффективное «полусеребряное зеркало», никакого серебра не требуется вовсе, достаточно взять пластину любого прозрачного материала соответствующей толщины, определяемой длиной волны падающего света. Нужный эффект будет достигнут посредством сложной комбинации многократных внутренних отражений и пропусканий, окончательным результатом чего станут два равных по интенсивности луча света – отраженный и прошедший сквозь. Фазовый сдвиг на четверть длины волны (обуславливающий появление того самого коэффициента  $i$ ) возникает вследствие «унитарности» окончательного разделения исходного луча света на прошедший и отраженный лучи. Более подробное обсуждение имеется в [224].

<sup>21</sup> См., например, [94] или [70].

<sup>22</sup> Фазовый коэффициент для отраженного состояния я выбрал здесь, в некотором смысле, произвольно. Он частично зависит от того, какого рода зеркало используется. В данном случае, кстати, зеркала могут быть и в самом деле серебряными, в отличие от «полусеребряного зеркала» (прекрасно обходящегося вовсе без серебра) в примечании 7 (у меня \*7 – В.Э.). Выбранный мною коэффициент  $i$  представляет собой своего рода компромисс с целью достижения внешнего согласия с коэффициентом, получаемым для «полусеребряных зеркал». Вообще говоря, до тех пор, пока мы остаемся последовательными в отношении обоих типов участвующих в эксперименте зеркал, не так уж и важно, какой именно коэффициент выбирается для описания отражения от зеркал непрозрачных.

образом,  $|E\rangle$  эволюционирует в  $|F\rangle + i|G\rangle$ , поскольку в этом случае  $|F\rangle$  символизирует состояние прохождения, а  $|G\rangle$  – состояние отражения:

$$|D\rangle = |G\rangle + i|F\rangle \text{ и } |E\rangle = |F\rangle + i|G\rangle.$$

Нетрудно убедиться (ввиду линейности эволюции  $U$ ), что совокупное состояние  $i|D\rangle - |E\rangle$  эволюционирует следующим образом:

$$i|D\rangle - |E\rangle \sim i(|G\rangle + i|F\rangle) - (|F\rangle + i|G\rangle) = i|G\rangle - |F\rangle - |F\rangle - i|G\rangle = -2|F\rangle.$$

(Коэффициент 2 физического смысла не имеет, поскольку, как уже упоминалось выше, при умножении совокупного физического состояния системы в данном случае,  $|F\rangle$  на некоторое отличное от нуля комплексное число физическая ситуация остается прежней.) Таким образом, мы видим, что возможность  $|G\rangle$  оказывается для фотона закрытой: после слияния двух лучей в один открытой остается единственно возможность  $|F\rangle$ . Этот любопытный результат обусловлен тем, что в физическом состоянии фотона в промежутке между его столкновениями с первым и последним зеркалом присутствуют оба луча одновременно. Мы говорим, что при этом происходит интерференция двух лучей. Как следствие, получается, что альтернативные «миры» фотона между упомянутыми столкновениями не отделены в действительности один от другого, но могут друг на друга влиять посредством этих самых феноменов интерференции.

Важно помнить о том, что описанное свойство демонстрируют единичные фотоны. Следует понимать, что каждый отдельный фотон «пробует» оба открытых перед ним пути, оставаясь при этом всё тем же одним фотоном. Он не расщепляется на два фотона на некоем промежуточном этапе, однако местоположение его определяется этаким странным комплексно-взвешенным сосуществованием альтернатив, что как раз и характерно для квантовой теории.

### §5.8. Редукция R вектора состояния

В рассмотренном выше примере суперпозиция состояний фотона переходит в конечном счете в одно-единственное состояние. Представим, что в точках, обозначенных на рис. 5.12 буквами F и G, размещены детекторы фотонов (фотоэлементы). Поскольку в данном конкретном примере фотон, миновав последнее зеркало, оказывается в состоянии  $|F\rangle$  (точнее, пропорциональном  $|F\rangle$ ), а состояние  $|G\rangle$  никакого участия в его дальнейшей судьбе не принимает, детектор в точке F зарегистрирует фотон, а детектор в точке G не зарегистрирует ничего.

Что произойдет в более общем случае – например, если мы попытаемся подать на эти детекторы суперпозицию состояний вроде  $w|F\rangle + z|G\rangle$ ? Детекторы выполняют измерение с целью определить, находится фотон в состоянии  $|F\rangle$  или же в состоянии  $|G\rangle$ . Квантовое измерение равносильно разглядыванию квантового события через увеличительное стекло и переводит событие с квантового на классический уровень. На квантовом уровне, при непрерывном воздействии  $U$ -эволюции, линейные суперпозиции сохраняются. Однако как только мы вытягиваем процесс на классический уровень, на котором события уже можно рассматривать как нечто действительно произошедшее, выясняется, что объекты больше не находятся в прежних странных комплексно-взвешенных комбинациях состояний. Выясняется (в нашем примере), что фотон регистрируется либо детектором в точке F, либо детектором в точке G, причем эти альтернативные варианты реализуются с определенной вероятностью. Квантовое состояние таинственным образом «перескакивает» от суперпозиции  $w|F\rangle + z|G\rangle$  к состоянию «либо  $|F\rangle$ , либо  $|G\rangle$ ». Такой «скачок» в описании состояния системы (от суперпозиции состояний квантового уровня к состоянию, при котором реализуется лишь одна из возможных альтернатив классического уровня) называется редукцией вектора состояния, или коллапсом волновой функции; эту операцию я буду обозначать буквой R. Вопрос о том, следует ли рассматривать операцию R как реальный физический процесс либо как некую иллюзию или аппроксимацию, чрезвычайно для наших целей важен, и мы к нему еще обязательно вернемся. Тот факт, что нам приходится (во всяком случае, в математических описаниях) отбрасывать эволюцию  $U$  и заменять ее совершенно отличной от нее процедурой R, есть фундаментальная X-загадка квантовой теории. На данном этапе, думаю, будет лучше, если мы не станем слишком углубляться в исследование этого парадокса, а будем (условно) рассматривать R как, в сущности, некий процесс, который просто сопутствует (в используемых нами математических описаниях, по крайней мере) процедуре «перемещения» события с квантового уровня на классический.

Как же вычисляются вероятности альтернативных результатов измерения на суперпозиции состояний? Для этого имеется одно весьма замечательное правило. Допустим, для измерения,

определяющего окончательный выбор между альтернативными состояниями  $|F\rangle$  и  $|G\rangle$ , как в приведенном выше примере, мы используем детекторы в точках, соответственно, F и G. Согласно упомянутому правилу, в случае суперпозиции состояний

$$w|F\rangle + z|G\rangle$$

отношение вероятности того, что фотон будет зарегистрирован детектором F, к вероятности того, что фотон будет зарегистрирован детектором G, равно

$$|w|^2 : |z|^2,$$

т.е. отношению квадратов модулей комплексных чисел  $w$  и  $z$ . Квадрат модуля комплексного числа равен сумме квадратов его вещественной и мнимой частей; т.е. квадрат модуля числа

$$z = x + iy,$$

где  $x$  и  $y$  – вещественные числа, равен

$$|z|^2 = x^2 + y^2 = (x + iy)(x - iy) = zz^*.$$

Число  $z^*$  ( $= x - iy$ ) называется комплексным сопряженным числа  $z$ ; аналогичная операция продельвается и с  $w$ . (В вышеприведенном рассуждении я неявно подразумеваю, что состояния, обозначенные мною через  $|F\rangle$ ,  $|G\rangle$  и т.д., должным образом нормированы. Смысл этого термина я объясню позднее, см. §5.12; строго говоря, нормировка необходима для того, чтобы выполнялось правило вероятностей в указанной форме.)

Именно здесь, и только здесь, на квантовую сцену выходят Кардановы вероятности. Мы видим, что на квантовом уровне комплексные весовые коэффициенты не играют сами по себе роли относительных вероятностей (да и не могут этого делать, поскольку они комплексные), а вот вполне вещественные квадраты модулей этих комплексных коэффициентов такие роли играют. Более того, только теперь, после выполнения измерений, приобретают смысл понятия неопределенности и вероятности. Измерение квантового состояния происходит, в сущности, тогда, когда имеет место значительное «увеличение» некоторого физического процесса, вытягивающее его с квантового на классический уровень. В случае фотоэлемента регистрация квантового события – в виде приема фотона – вызывает в конечном счете возмущение на классическом уровне, скажем, вполне отчетливый «щелчок». Вместо фотоэлемента мы могли бы использовать для регистрации фотона высокочувствительную фотографическую пластинку. В этом случае квантовое событие «прибытие фотона» вытягивается на классический уровень в виде хорошо различимой отметки на пластинке. В каждом из случаев измерительное устройство включает в себя некую неустойчиво уравновешенную систему – ничтожно малого квантового события оказывается достаточно, чтобы нарушить это равновесие и вызвать значительно больший по масштабу и наблюдаемый на классическом уровне эффект. Именно при этом переходе от квантового уровня к классическому комплексные числа Кардано возводятся в квадрат и становятся вероятностями Кардано!

Посмотрим, как можно применить это правило к конкретной ситуации. Предположим, что вместо зеркала в правом нижнем углу установлен фотоэлемент; тогда падающий на него фотон находится в состоянии

$$|B\rangle + i|C\rangle,$$

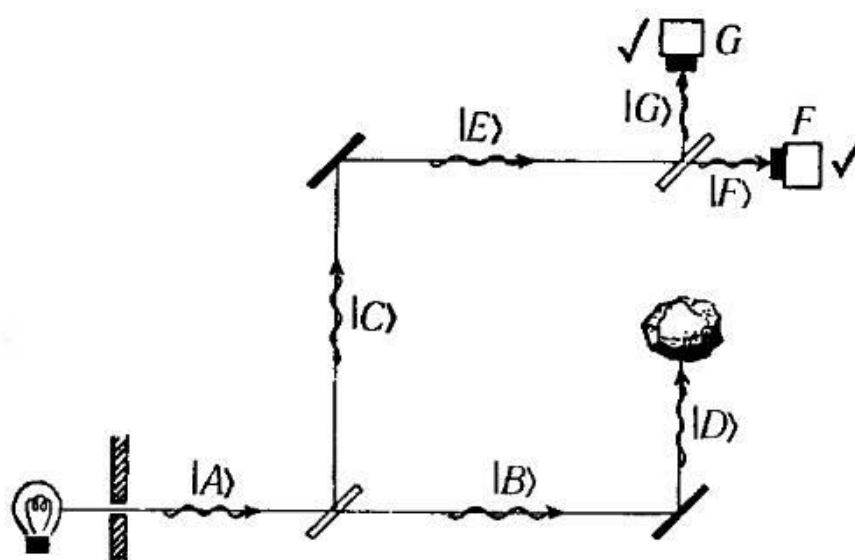
где состояние  $|B\rangle$  означает, что фотон регистрируется фотоэлементом, тогда как в состоянии  $|C\rangle$  регистрации фотона не происходит. Отношение соответствующих вероятностей при этом равно  $|1|^2 : |i|^2 = 1 : 1$ ; т.е. вероятности каждого из двух возможных событий равны, и фотон активирует фотоэлемент с той же вероятностью, с какой и вовсе не попадает на него.

Рассмотрим несколько более сложный случай. Допустим, что мы не заменяем зеркало в правом нижнем углу фотоэлементом, а полностью блокируем один из лучей неким непрозрачным «фотонопоглощающим» препятствием – скажем, луч, соответствующий состоянию  $|D\rangle$  фотона (см. рис. 5.13); при этом интерференция, имевшая место ранее, оказывается нарушена. Теперь, миновав последнее зеркало, фотон может перейти в состояние  $|G\rangle$  (возможность  $|F\rangle$  тоже пока никто не отменял) – однако лишь при условии, что не будет поглощен препятствием. Если препятствие поглощает фотон, то он вообще не дойдет до детекторов, ни в состоянии  $|F\rangle$ , ни в состоянии  $|G\rangle$ , ни в какой бы то ни было их комбинации. Если же поглощения не происходит, то последнего зеркала фотон достигнет, пребывая в «простом» состоянии  $-|E\rangle$ , которое после прохождения зеркала эволюционирует в  $-|F\rangle - i|G\rangle$ . Таким образом, в конечном результате действительно присутствуют обе альтернативы – и  $|F\rangle$ , и  $|G\rangle$ .

<sup>23</sup> В.Э.: См. {PENRO3}.



В том случае, когда препятствие (в рассмотренной конкретной схеме) не поглощает фотон, комплексные весовые коэффициенты, соответствующие возможным состояниям  $|F\rangle$  и  $|G\rangle$ , равны  $-1$  и  $-i$ . Таким образом, отношение вероятностей равно  $|-1|^2 : |-i|^2$ , что опять дает одинаковые вероятности для обоих возможных событий – фотон активирует детектор в точке  $|F\rangle$  с той же вероятностью, с какой он активирует детектор в точке  $|G\rangle$ .



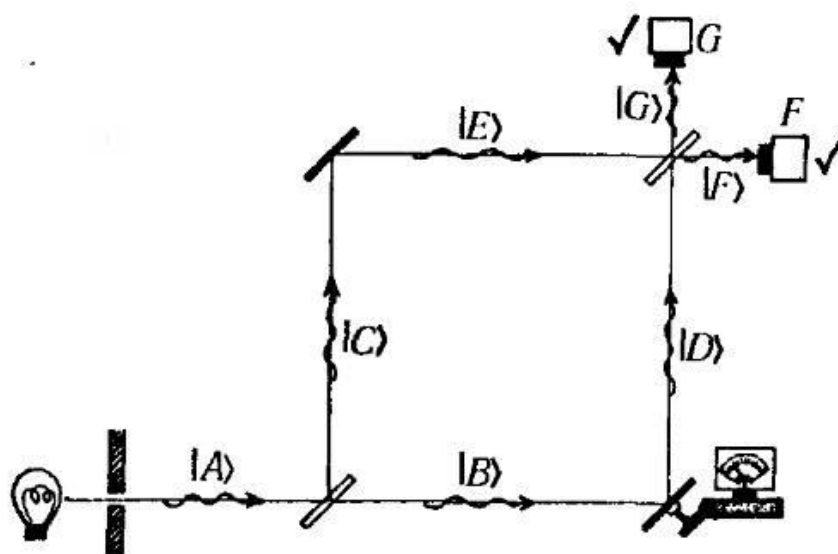
**Рис. 5.13.** Если перекрыть луч  $|D\rangle$  каким-либо препятствием, то детектор  $G$  также сможет зарегистрировать прибытие фотона (при условии, что этот фотон не будет раньше поглощен препятствием!).

Кроме того, само препятствие также следует считать «измерительным устройством» – коль скоро варианты «препятствие поглощает фотон» и «препятствие не поглощает фотон» мы рассматриваем как классические альтернативы, которым нельзя поставить в соответствие комплексные весовые коэффициенты. Даже если препятствие не устроено таким деликатным образом, что квантовое событие «поглощение препятствием фотона» порождает событие, наблюдаемое на классическом уровне, следует всё же полагать, что такое устройство препятствия принципиально возможно. Существенным обстоятельством здесь является то, что в результате поглощения фотона некое значительное количество составляющего препятствие материала подвергается определенному, пусть и малому, возмущению – при этом практически невозможно собрать всю связанную с таким возмущением информацию, чтобы восстановить по ней сопутствующие эффекты интерференции, характеризующие квантовые феномены. Итак, препятствие (во всяком случае, в практическом смысле) следует рассматривать как объект классического уровня, эквивалентный измерительному устройству – вне зависимости от того, регистрирует оно поглощение фотона каким-либо практически наблюдаемым образом или нет. (К этому вопросу мы еще вернемся, см. §6.6.)

Учитывая вышесказанное, мы вольны воспользоваться «правилом квадратов модулей» и для вычисления вероятности того, что фотон и вправду окажется поглощен препятствием. Перед столкновением с препятствием фотон находится в состоянии  $i|D\rangle - |E\rangle$ , причем поглощается лишь фотон в состоянии  $|D\rangle$ , тогда как в состоянии  $|E\rangle$  поглощения не происходит. Отношение вероятности поглощения к вероятности не-поглощения равно  $|i|^2 : |-1|^2 = 1 : 1$  – обе альтернативы и здесь равновероятны.

Можно произвести еще одну небольшую модификацию рассматриваемой системы: уберем препятствие для луча  $D$ ; зеркало же в правом нижнем углу не будем заменять детектором, но «прикроем» вместо этого к зеркалу некое особого рода измерительное устройство. Предположим, что чувствительность этого устройства такова, что оно способно регистрировать (т.е. выводить на классический уровень) воздействие, оказываемое на зеркало фотоном при отражении, каким бы малым это воздействие ни было; сигналом о регистрации воздействия пусть будет отклонение стрелки на циферблате нашего устройства (см. рис. 5.14). Здесь отклонение

стрелки вызывается фотоном в состоянии  $|B\rangle$ , состояние же  $|C\rangle$  никакого воздействия на стрелку не оказывает. Принимая фотон в состоянии  $|B\rangle + i|C\rangle$ , устройство «коллапсирует волновую функцию» и интерпретирует суперпозицию либо как состояние  $|B\rangle$  (стрелка отклоняется), либо как состояние  $|C\rangle$  (стрелка остается неподвижной), причем вероятности обоих исходов одинаковы (поскольку  $|1|^2 : |i|^2 = 1 : 1$ ). Таким образом, на этом этапе также имеет место процедура R. О дальнейшей судьбе фотона мы рассуждаем примерно так же, как мы делали это выше; при этом выясняется, что – как и в случае с препятствием – вероятности регистрации фотона детекторами F и G снова равны (причем независимо от того, отклонялась стрелка или нет). Для того чтобы фотон в данной схеме мог вызвать отклонение стрелки, зеркало в правом нижнем углу должно быть достаточно «подвижным», отсутствие же жесткого закрепления нарушает хрупкий порядок, необходимый для возникновения той «деструктивной интерференции» между двумя траекториями движения фотонов от точки A к точке G, благодаря которой фотон в исходном примере не регистрировался детектором G.



**Рис. 5.14.** Аналогичного эффекта можно достичь, поместив в правый нижний угол подвижное зеркало, снабженное неким детектором, который способен по движению зеркала определить, отразило оно фотон или нет. Интерференция здесь также оказывается нарушена, благодаря чему детектор в точке G получает возможность зарегистрировать прибытие фотона.

Читатель, должно быть, уже отметил некую досадную незавершенность всех наших рассуждений, выражающуюся в отсутствии ответа на вопрос «Когда (а главное, почему) квантовые правила переходят от квантового детерминизма комплексных весовых коэффициентов к классическим вероятностно-взвешенным недетерминированным альтернативам, каковой переход выражается математически в возведении в квадрат модулей соответствующих комплексных чисел?»<sup>24</sup>. Что есть такого в одних физических материальных образованиях – таких, например, как детекторы фотонов в точках F и G или зеркало в нижнем правом углу (или то же возможное препятствие для фотонов на пути луча D), – что делает их объектами классического уровня, в противоположность другим физическим объектам, скажем, фотонам, которые оказываются на квантовом уровне, и требуют поэтому совершенно иного с собой обращения? Только ли в том дело, что фотон – это система физически простая, что позволяет рассматривать его целиком как объект квантового уровня, тогда как детекторы и препятствия являются системами сложны-

<sup>24</sup> В.Э.: Ну, тут по-моему Пенроуз «перегибает палку», пытаюсь всё представить таинственным и непонятным. Я обещал «не влезать» в физику, но здесь трудно удержаться от реплики, что за «квадратами модулей» же легко угадывается теорема Пифагора – сумма двух квадратов равна квадрату единицы. Стало быть, собственно «модули» будут проекциями этой «единицы» на выбранные оси. Речь, очевидно, идет о вращении, а «редукция R», стало быть, будет просто прекращением этого вращения – и в зависимости от фазы, в которой это вращение прекращают, будет тот или иной результат. Но, повторяю, я не хочу ничего выдвигать в физике.

ми, которые можно рассматривать лишь приближенно, в результате чего тонкости квантового поведения растворяются в усредненных данных наблюдений? Многие физики, несомненно, ответят на последний вопрос утвердительно: все физические объекты, скажут они вам, следует рассматривать с позиций квантовой механики, и лишь руководствуясь соображениями удобства, мы исследуем большие и сложные системы классическими методами, причем правила вероятностей, задействованные в процедуре R, являются, в некотором роде, следствием упомянутого приближенного рассмотрения. В §6.6 и §6.7 мы увидим, что от наших трудностей (связанных с присутствием в квантовой теории X-загадок) такая точка зрения отнюдь не спасает, равно как не объясняет она и смысла удивительного R-правила, согласно которому из квадратов модулей комплексных весовых коэффициентов чудесным образом получаются вероятности. И всё же нам придется пока как-то усмирить нашу досаду и продолжить знакомство с выводами квантовой теории, в особенности с теми, что имеют отношение к ее Z-загадкам.

### §5.9. Решение задачи Элитцура–Вайдмана об испытании бомб

Мы уже знаем вполне достаточно для того, чтобы отыскать решение задачи об испытании бомб, поставленной в §5.2. Прежде всего нужно выяснить, нельзя ли использовать сверхчувствительное зеркальце на носу бомбы в качестве измерительного устройства (как были использованы, например, препятствие и подвижное зеркало с детектором в описанных выше примерах). Построим систему зеркал (два непрозрачных, два полупрозрачных), которая в точности повторяет систему из предыдущего примера (см. рис. 5.14) за одним исключением: в правом нижнем углу вместо подвижного зеркала поместим зеркальце бомбы.

Смысл такого построения в том, что если бомба является холостой (в том единственном смысле, который подразумевается в условии задачи), то ее зеркальце остается в любом случае неподвижным (поскольку его заклинило), и общая картина эквивалентна показанной на рис. 5.12. Фотон, испущенный из источника, попадает на первое зеркало, будучи в состоянии  $|A\rangle$ . Поскольку такая ситуация полностью совпадает с той, что мы рассмотрели в §5.7, фотон после последнего зеркала приобретает, как и тогда, состояние  $|F\rangle$  (пропорциональное  $|F\rangle$ , если точнее). Иначе говоря, детектор в точке F регистрирует прибытие фотона, а детектор в точке G не регистрирует ничего.

Если же бомба исправна, то падение фотона на ее зеркальце приводит к срабатыванию детонатора, и бомба взрывается. Бомба, фактически, представляет собой измерительное устройство. Альтернативы квантового уровня – «фотон падает на зеркальце» и «фотон не падает на зеркальце» – переводятся бомбой в альтернативы классического уровня – «бомба взрывается» и «бомба не взрывается». На состоянии  $|B\rangle + i|C\rangle$  бомба реагирует взрывом, если обнаруживает, что фотон находится в состоянии  $|B\rangle$ ; если же фотон находится в каком-то ином состоянии (т.е., в данном случае,  $|C\rangle$ ), бомба не взрывается. Отношение вероятностей этих двух событий равно  $|1|^2 : |i|^2 = 1 : 1$ . Если бомба таки взорвалась, это означает, что она зарегистрировала прибытие фотона, а что будет дальше, никого уже не интересует. Если же взорваться бомбе не удалось, то состояние фотона редуцируется (как результат процедуры R) до состояния  $i|C\rangle$  (падение на зеркало в левом верхнем углу), сменяясь далее (после отражения от этого зеркала) состоянием  $-|E\rangle$ . По прохождении последнего (полупрозрачного) зеркала фотон переходит в состояние  $-|F\rangle - i|G\rangle$ , т.е. отношение вероятностей возможных исходов – «прибытие фотона регистрируется детектором в точке F» и «прибытие фотона регистрируется детектором в точке G» – равно  $|-1|^2 : |-i|^2 = 1 : 1$ . Точно такое же отношение мы получили в примерах, описанных в предыдущем параграфе, для тех случаев, когда фотон не поглощался препятствием, а стрелка не отклонялась. Детектор, расположенный в точке G, получает, таким образом, вполне определенную возможность уловить фотон.

Предположим теперь, что при проведении одного из таких испытаний в некоторых случаях «не-взрыва» бомбы обнаруживается, что детектор G и в самом деле регистрирует прибытие фотона. Согласно нашим рассуждениям, это возможно лишь в том случае, если детонатор бомбы исправен! Если бомба неисправна, то фотон может быть зарегистрирован только детектором F. Следовательно, во всех случаях, когда срабатывает детектор G, мы можем с чистой совестью

гарантировать, что данная бомба «работоспособна» и в случае необходимости не подведет. Таким образом, задачу об испытании бомб (§5.2) можно считать решенной.<sup>25</sup>

Судя по участвующим в процессе вероятностям, после достаточно большого количества испытаний половина бомб взорвется, и никакой дальнейшей пользы из них извлечь не удастся. Более того, на тех бомбах, что не взорвались, детектор G сработает только в половине случаев. Таким образом, после того, как мы переберем все бомбы одну за другой, мы сможем гарантировать работоспособность только четверти из первоначального запаса исправных бомб. Оставшиеся бомбы мы можем подвергнуть повторному испытанию, отбирая те, на которых сработал детектор G. Повторим испытание еще раз. И еще. В конечном счете у нас останется треть (поскольку  $1/4 + 1/16 + 1/64 + \dots = 1/3$ ) от первоначального количества исправных бомб, но зато все эти бомбы будут гарантированно работоспособны. (Я не знаю, для чего эти бомбы предназначены, однако, думаю, благоразумно будет лишних вопросов не задавать!)

Читателю описанная процедура может показаться чересчур расточительной, однако поразительно здесь то, что она вообще осуществима. Никакими классическими методами задача не решается. Только в квантовой теории контрфактуальные вероятности могут действительно повлиять на физический результат. Наша квантовая процедура позволяет добиться того, что кажется невозможным, – что и в самом деле невозможно в рамках классической физики. Следует, кроме того, отметить, что с помощью некоторых усовершенствований потери можно снизить с двух третей до практически половины (см. [114]). Еще более поразительного результата добились не так давно П.Г. Квят, Х. Вайнфуртер, А. Цайлингер и М. Казевич, описав процедуру (отличную от решения Элитцур–Вайдмана), позволяющую снизить потери почти до нуля!

Что касается сложностей с разработкой экспериментального устройства, способного испускать отдельные фотоны по одному за раз, то они теперь позади – такие устройства уже созданы и вполне доступны (см. [168]).

В заключение отмечу, что в качестве измерительного устройства вовсе не обязательно должен выступать столь «сногшибательный» объект, как фигурирующая в условии задачи бомба. Более того, нет никакой необходимости в том, чтобы упомянутое «устройство» оповещало бы весь внешний мир о том, что оно зарегистрировало (или не зарегистрировало) прибытие фотона. Подвижное зеркало может само по себе послужить измерительным устройством, если его вес достаточно мал для того, чтобы оно могло сколько-нибудь заметно поворачиваться под воздействием падающих на него фотонов и затем останавливаться вследствие трения. Один лишь факт подвижности зеркала (скажем, зеркала в правом нижнем углу, как в рассмотренном примере) позволит детектору в точке G зарегистрировать прибытие фотона, даже если зеркало в действительности и не повернулось, указывая тем самым на то, что фотон отправился другой дорогой. Достичь точки G фотону позволяет потенциальная возможность поворота зеркала и ничто иное! Очень похожую роль играет и поглощающее фотоны препятствие из предыдущего параграфа. Оно, в сущности, служит для «измерения» наличия фотона где-то на пути, описываемом последовательными состояниями  $|B\rangle$  и  $|D\rangle$ .

---

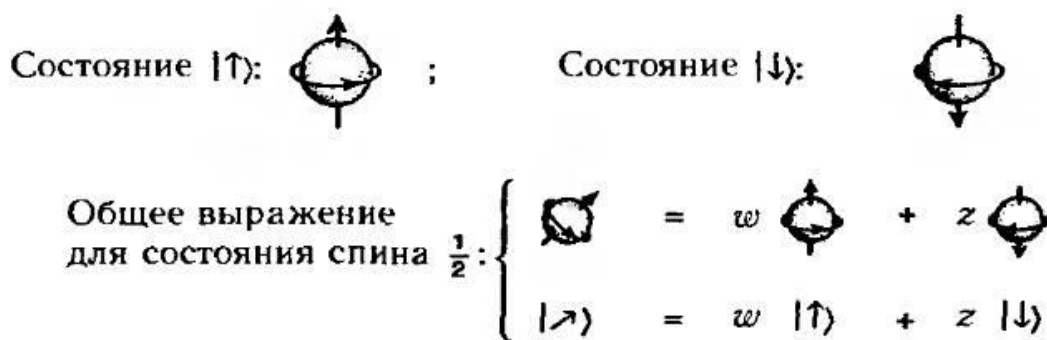
<sup>25</sup> Shabbos-ключ, или Субботный выключатель. Тот факт, что и Элитцур, и Вайдман работают в университетах Израиля, натолкнул нас с Артуром Экертом однажды во время беседы на идею создания устройства для помощи тем евреям, кто строго соблюдает все установления иудаизма и кому, следовательно, запрещается включать или выключать электрические приборы в субботу. Мы могли бы запатентовать соответствующее устройство и заработать тем самым целое состояние, однако вместо этого решили сделать нашу эпохальную идею достоянием общественности, дабы ею мог воспользоваться любой еврей, у которого возникнет в таком устройстве потребность. Для создания устройства понадобится источник, способный испускать непрерывную последовательность фотонов, два полупрозрачных и два непрозрачных зеркала и фотоэлемент, соединенный с прибором, который необходимо включать/выключать. Схема аналогична изображенной на рис. 5.13, фотоэлемент помещается в точке G. Для того, чтобы включить или выключить прибор, следует поместить палец на пути луча D, приблизительно там же, где на рис. 5.13 находится препятствие. Если фотон падает на палец, то ничего не происходит – разумеется, никакого греха в этом нет. (Фотоны и без того постоянно бомбардируют наши пальцы, и по субботам с ничуть не меньшим усердием.) Если же палец с фотоном не встретится, то имеется 50%-я вероятность (буде на то воля Божия), что обслуживаемый устройством электроприбор включится. Несомненно, не будет греха и в том, что фотон упадет не на ваш палец, а на выключатель прибора. (Тут имеется, правда, одно возражение практического свойства: источники, способные испускать по одному фотону, весьма сложны и дороги. Однако особой необходимости в них, в сущности, нет. Сгодится любой источник фотонов, поскольку приведенное выше рассуждение применимо и к каждому отдельному фотону из пучка.)

То, что препятствие не поглощает фотон, будучи на это способно, является точно таким же «измерением», каким мы считаем состоявшееся поглощение фотона. Такие отрицательные и бесконтактные измерения, называемые нулевыми (или невзаимодействующими) измерениями (см. [91]), имеют большое теоретическое (а возможно, в конечном счете, и практическое) значение. Предсказания квантовой теории относительно такого рода ситуаций непосредственно подтверждаются экспериментально. В частности, Квят, Вайнфуртер и Цайлингер разработали и провели эксперимент, точно воспроизводящий теоретическую процедуру Элитцура–Вайдмана для решения задачи об испытании бомб! И теоретические ожидания полностью подтвердились, что, впрочем, нас уже почему-то не удивляет. Сами же нулевые измерения мы по праву относим к наиболее фундаментальным Z-загадкам квантовой теории.

### §5.10. Квантовая теория спина. Сфера Римана

Для того, чтобы разобраться со второй вводной квантовой головоломкой, необходимо рассмотреть структуру квантовой теории несколько подробнее. Если помните, в центр моего додекаэдра (равно как и додекаэдра моего коллеги) был помещен атом со спином  $2/3$ . Что же такое спин, и каково его место в квантовой теории?

Спин – неотъемлемое свойство частицы. По существу, физическое понятие спина совпадает с понятием вращения<sup>26</sup> (или кинетического момента) классического объекта – например, бильярдного шара, футбольного мяча или даже планеты Земля. Существует, впрочем, различие (незначительное): наибольший (практически весь) вклад в кинетический момент макроскопического объекта дают круговые движения всех составляющих его частиц вокруг общего центра масс, тогда как спин одной-единственной частицы есть свойство, присущее самой частице. Более того, спин элементарной частицы обладает любопытной особенностью: его величина всегда одинакова, а вот направление оси спина может быть разным (хотя, надо сказать, что эта самая «ось» также ведет себя весьма странно, в общем случае малосообразно с тем, как ведут себя классические оси вращения). Спин измеряется в единицах фундаментальной квантовомеханической постоянной  $\hbar$ ; символ этот предложен Дираком для обозначения величины, равной постоянной Планка  $h$ , деленной на  $2\pi$ . Спин частицы всегда равен (неотрицательному) целому или полуцелому кратному постоянной  $\hbar$ :  $0$ ,  $1/2 \hbar$ ,  $\hbar$ ,  $3/2 \hbar$ ,  $2\hbar$  и т.д. Мы, соответственно, говорим: частица со спином  $0$ ,  $1/2$ ,  $1$ ,  $3/2$ ,  $2$ , и т.д.



**Рис. 5.15.** В случае частицы со спином  $1/2$  (электрона, протона или нейтрона) все спиновые состояния представляют собой комплексные суперпозиции двух основных состояний: «вверх» и «вниз».

Начнем с рассмотрения простого случая: спин  $1/2$ ; таким спином обладают, например, электрон и нуклоны (протон и нейтрон). (Спин  $0$  мы рассматривать не будем, поскольку он слишком прост – в этом случае спин может находиться лишь в одном, сферически симметричном, состоянии.) Все состояния спина  $1/2$  являются линейными суперпозициями двух состояний: скажем, правого спина вокруг оси, направленной вертикально вверх (обозначим это состояние через  $|\uparrow\rangle$ ) и правого спина вокруг оси, направленной вертикально вниз (обозначим  $|\downarrow\rangle$ ); см. рис. 5.15. Таким образом, в общем случае состояние спина можно представить в виде комплексной комбинации  $|\psi\rangle = w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$ . На практике же каждой такой комбинации соответствует вполне

<sup>26</sup> Английское *spin* как раз и означает, среди прочего, «вращение». – Прим. перев.

определенное состояние спина (величины  $1/2 \hbar$ ) частицы, при котором отношение комплексных коэффициентов  $w$  и  $z$  определяет направление оси спина. Выбор направлений  $\uparrow$  и  $\downarrow$  достаточно условен: для однозначного описания состояния спина сгодилась бы и любая другая пара направлений.

Попробуем представить всё вышесказанное в более явном и геометрически наглядном виде. Такое представление поможет нам увидеть, что комплексные весовые коэффициенты  $w$  и  $z$  вовсе не являются такими уж абстрактными конструкциями, какими они могли показаться на первый взгляд. Более того, к геометрии пространства они имеют самое непосредственное отношение. (Мне думается, такие геометрические воплощения понравились бы Кардано и, возможно, облегчили бы его «мучения разума» – впрочем, и квантовая теория вполне исправно снабжает наши разумы всё новыми мучениями!)

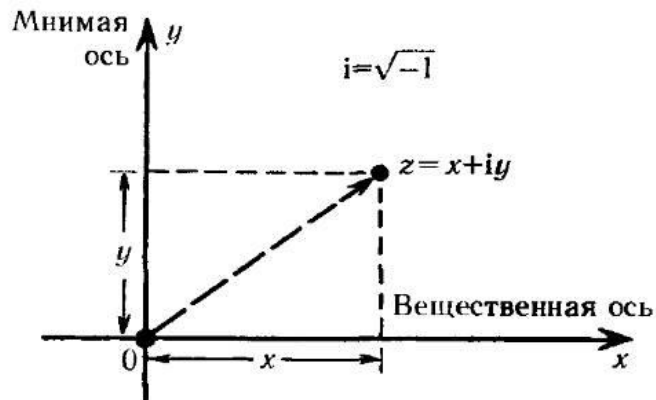


Рис. 5.16. Представление комплексного числа в виде точки на комплексной плоскости (плоскости Арганда–Гаусса–Весселя).



Рис. 5.17. Геометрические описания основных операций над комплексными числами.

Для начала будет весьма полезно ознакомиться со ставшим уже стандартным представлением комплексных чисел в виде точек на плоскости. (У этой плоскости много названий: плоскость Арганда, плоскость Гаусса, плоскость Весселя или просто комплексная плоскость.) Идея состоит в том, чтобы поставить в соответствие комплексному числу  $z = x + iy$  (где  $x$  и  $y$  –

вещественные числа) точку,<sup>27</sup> координаты которой в некоторой заданной прямоугольной системе координат равны  $(x, y)$  (см. рис. 5.16). Таким образом, например, четыре комплексных числа  $1, 1 + i, i$  и  $0$  образуют на комплексной плоскости квадрат. Существуют простые геометрические правила для отыскания суммы и произведения двух комплексных чисел (см. рис. 5.17). Отрицательное комплексное число  $-z$  находится отражением точки, соответствующей числу  $z$ , относительно начала координат; комплексное сопряженное  $\bar{z}$  – отражением точки  $z$  относительно оси  $x$ .

Модуль комплексного числа равен расстоянию от соответствующей этому числу точки до начала координат; квадрат модуля, таким образом, равен квадрату этого расстояния. Точки, расстояние от которых до начала координат равно единице, образуют единичную окружность (см. рис. 5.18). Этим точкам соответствуют комплексные числа с единичным модулем, называемые иногда чистыми фазами; эти числа можно записать в виде

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta,$$

здесь  $\theta$  – вещественное число, равное величине угла между прямой, соединяющей начало координат с соответствующей этому числу точкой, и осью  $x$ .<sup>28</sup>

Теперь выясним, как в таком представлении выглядят отношения комплексных чисел. Выше я уже указывал на то, что при умножении вектора состояния на ненулевое комплексное число состояние не претерпевает физических изменений (например, если помните, состояния  $-2|F\rangle$  и  $|F\rangle$  мы полагали физически одинаковыми). Таким образом, в общем случае, состояние  $|\psi\rangle$  физически идентично состоянию  $u|\psi\rangle$  при любом ненулевом комплексном  $u$ . Применительно к состоянию

$$|\psi\rangle = w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$$

умножение  $w$  и  $z$  на одно и то же ненулевое комплексное число и не приведет к какому-либо изменению физического феномена, соответствующего этому состоянию. Физически различными спиновые состояния могут быть только в том случае, если их векторы состояний характеризуются различными отношениями  $z : w$  (а при  $u \neq 0$  отношения  $uz : uw$  и  $z : w$  равны).

Как же изобразить комплексное отношение геометрически? Существенное отличие комплексного отношения от просто комплексного числа заключается в том, что в качестве значения комплексного отношения допускается не только конечное комплексное число, но и бесконечность (обозначается символом  $\infty$ ). Так, если рассматривать, в общем случае, отношение  $z : w$  как эквивалент «одионого» комплексного числа  $z/w$ , то при  $w = 0$  мы сталкиваемся с некоторыми, мягко говоря, затруднениями. Для того, чтобы этих затруднений избежать, математики условились в случае  $w = 0$  полагать число  $z/w$  равным бесконечности. Такая ситуация возникает, например, в состоянии «спин вниз»:  $|\psi\rangle = z|\downarrow\rangle = 0|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$ . Вспомним, что нулю не могут быть равны оба коэффициента (т.е. и  $w$ , и  $z$  одновременно), поэтому случай  $w = 0$  вполне допустим. (Мы могли бы вместо  $z/w$  взять отношение  $w/z$ , если оно по каким-либо причинам понравилось бы нам больше; тогда символ  $\infty$  понадобился бы нам для случая  $z = 0$ , что соответствует состоянию «спин вверх». Никакой разницы между этими двумя описаниями нет.)

<sup>27</sup> В.Э.: На самом деле именно «геометрическая интерпретация» является более фундаментальной (как таксоны классификации пар планарно ориентированных множеств), а «упорядоченная пара чисел» представляет собой образование вторичное.

<sup>28</sup> Вещественное число  $e$  называется «основанием натурального логарифма»:  $e = 2,7182818285\dots$  Запись  $e^z$  означает «число  $e$  в степени  $z$ »; для вычисления значения такого выражения используют следующее разложение:

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{1 \times 2} + \frac{z^3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{z^4}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \dots$$

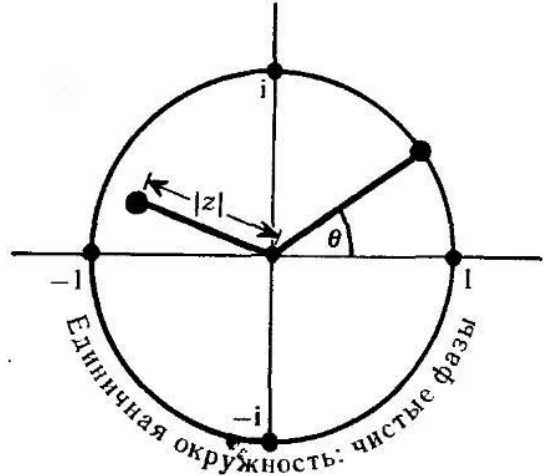
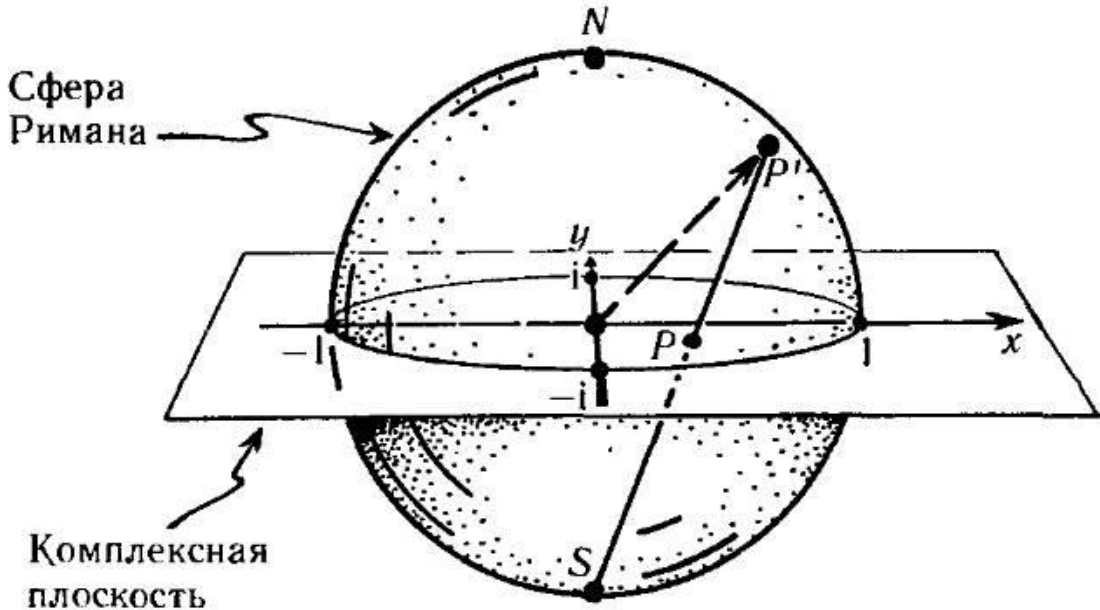


Рис. 5.18. Единичную окружность образуют точки, соответствующие комплексным числам  $z = e^{i\theta}$ , где  $\theta$  – вещественное число;  $|z| = 1$ .



**Рис. 5.19.** Сфера Римана. Точка  $P$  на комплексной плоскости, соответствующая числу  $p = z/w$ , проецируется из южного полюса  $S$  на точку  $P'$  на сфере. Направление  $OP'$  совпадает с направлением оси спина для общего состояния спина  $1/2$  (см. рис. 5.15).

Пространство всех возможных комплексных отношений мы можем представить с помощью так называемой сферы Римана. Точки, образующие сферу Римана, соответствуют комплексным числам, либо  $\infty$ . Сферу Римана можно изобразить в виде единичной сферы, экваториальная плоскость которой совпадает с комплексной плоскостью, а центр располагается в точке начала координат (т.е. в нуле). Собственно экватор сферы есть не что иное, как единичная окружность на комплексной плоскости (см. рис. 5.19). Для представления какого-либо комплексного отношения, скажем,  $z : w$ , мы отмечаем на комплексной плоскости точку  $P$ , соответствующую комплексному числу  $p = z/w$  (допустим пока, что  $w \neq 0$ ), а затем проецируем эту точку  $P$  в точку  $P'$  на сфере, при этом в качестве центра проекции выбираем южный полюс  $S$  сферы. Иначе говоря, мы проводим через точки  $S$  и  $P$  прямую; там, где эта прямая пересекает сферу (кроме самой точки  $S$ ), отмечаем точку  $P'$ . Такое точечное отображение плоскости на сферу называется стереографической проекцией. Сам южный полюс  $S$  при таком отображении соответствует комплексному отношению  $\infty$ . В самом деле, представим себе, что точка  $P$  комплексной плоскости удалена на очень большое расстояние от центра координат; соответствующая ей точка  $P'$  на сфере окажется при этом очень близко от полюса  $S$  – в пределе, когда модуль комплексного числа  $p$  устремляется к бесконечности, точки  $P'$  и  $S$  совпадают.

Сфера Римана играет фундаментальную роль в квантовом описании систем с двумя состояниями. Эта роль не всегда очевидна, однако это не делает ее менее важной, и сфера Римана, пусть и незримо, где-то на сцене всё равно присутствует. Она описывает – в абстрактном геометрическом виде – пространство всех физически достижимых состояний, которые можно получить из двух различных квантовых состояний посредством квантовой линейной суперпозиции. В качестве исходных можно взять, например, возможные состояния фотона  $|B\rangle$  и  $|C\rangle$ . В общем случае их линейная комбинация имеет вид  $w|B\rangle + z|C\rangle$ . В §5.7 мы подробно рассматривали только один конкретный случай  $|B\rangle + |C\rangle$  (результат отражения/пропускания света, падающего на полусеребряное зеркало), однако нетрудно реализовать и другие комбинации состояний. Для этого нужно всего лишь изменить степень «серебряности» зеркала и поместить на пути одного из лучей что-нибудь преломляющее. Так можно набрать полную сферу Римана всевозможных альтернативных состояний, соответствующих различным физическим ситуациям вида  $w|B\rangle + z|C\rangle$ , т.е. комбинациям двух начальных состояний  $|B\rangle$  и  $|C\rangle$ .

Впрочем, в таких случаях геометрическая роль сферы Римана как раз и неочевидна. Однако возможны и иные ситуации, в которых целесообразность построения сферы Римана проявляется в полной мере. Самым наглядным примером такого рода является описание спиновых состояний



частицы со спином  $\frac{1}{2}$  – электрона, скажем, или протона. В общем случае спиновое состояние можно записать в виде комбинации

$$|\psi\rangle = w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle;$$

как оказывается (при соответствующем выборе направлений  $\uparrow$  и  $\downarrow$  из физически эквивалентных возможных вариантов), это самое  $|\psi\rangle$  представляет собой состояние правого спина (величины  $\frac{1}{2}\hbar$ ), направление оси которого совпадает с направлением от начала координат к точке, соответствующей отношению  $z/w$ , на сфере Римана. Таким образом, любое направление в пространстве выступает как возможное направление оси спина для любой частицы со спином  $\frac{1}{2}$ . Хотя большая часть спиновых состояний представляется изначально в виде «таинственных комплексно-взвешенных комбинаций возможных альтернативных состояний» (т.е. состояний  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$ ), мы видим, что эти состояния ничуть не более (но и не менее) таинственны, чем оригинальные состояния  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$ , выбранные нами в качестве начальных. Каждое физически реально в той же мере, что и все остальные.

А что же с состояниями большего спина? Здесь ситуация становится несколько более запутанной – и более таинственной! Приводимое ниже общее описание не пользуется широкой известностью среди современных физиков, хотя оно было предложено еще в 1932 году блестящим итальянским физиком Этторе Майораной (в 1938 году, в возрасте 31 года, Майорана бесследно исчез с борта входившего в Неаполитанский залив парома при обстоятельствах, которые до сих пор не получили удовлетворительного объяснения)<sup>29</sup>.



**Рис. 5.20.** Измерение спина с помощью установки Штерна–Герлаха. Для частицы со спином  $\frac{1}{2}n$  мы можем получить  $n + 1$  возможных результатов, в зависимости от того, какая «доля» спина ориентирована в выбранном направлении.

Рассмотрим сначала то, что физикам таки известно. Допустим, у нас есть атом (или какая-то другая частица) со спином  $\frac{1}{2}n$ . В качестве исходного направления мы снова можем выбрать направление вверх, а заодно и любопытствуем, «какая доля» спина атома действительно ориентирована в этом направлении (т.е. является правой относительно направленной вверх оси). Для удовлетворения любопытства можно воспользоваться стандартным устройством, которое называется установкой Штерна–Герлаха и способно осуществлять упомянутые измерения с помощью неоднородного магнитного поля. Как выясняется, различных возможных вариантов развития событий всего  $n + 1$ , что обусловлено тем фактом, что атомы в магнитном поле могут отклоняться только в одном из  $n + 1$  возможных направлений (см. рис. 5.20). Доля спина, ориентированного в выбранном направлении, определяется конкретным направлением, в котором отклоняется атом. Будучи измеренной в единицах  $n$ , доля ориентированного в данном направлении спина принимает одно из следующих значений:  $n, n - 2, n - 4, \dots, 2 - n, -n$ . Возможные же спиновые состояния для атома со спином  $\frac{1}{2}n$  представляют собой комплексные суперпозиции перечисленных допустимых состояний. Возможные результаты измерения Штерна–Герлаха для спина  $n + 1$  (направление поля в установке – вертикально вверх) я буду записывать следующим образом:

$$|\uparrow\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, \dots, |\downarrow\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle,$$

что соответствует значениям  $n, n - 2, n - 4, \dots, 2 - n, -n$  доли спина, ориентированного в этом направлении (запись каждого состояния содержит ровно  $n$  стрелок). Результаты можно интерпретировать так: каждая стрелка вверх дает долю  $\frac{1}{2}\hbar$  спина, ориентированного вверх, а

<sup>29</sup> В.Э.: Скорее всего, самоубийство или уход инкогнито в монастырь или в другой вид отшельничества; Майорана был физически болен, плюс имел психические расстройства.

каждая стрелка вниз дает долю  $\frac{1}{2} \hbar$  спина, ориентированного вниз. Складывая эти величины, мы получаем полный спин для каждого конкретного случая измерения с помощью установки Штерна–Герлаха (при ориентации осей в направлении вверх/вниз).

В общем случае суперпозиция этих состояний записывается в виде комплексной комбинации

$$z_0|\uparrow\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_1|\downarrow\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_2|\downarrow\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, \dots, z_n|\downarrow\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle,$$

где хотя бы один из комплексных коэффициентов  $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$  не равен нулю. Можно ли представить такое состояние с помощью отдельных направлений оси спина, отличных от элементарных «вверх» или «вниз»? Как показал Майорана, такое представление действительно возможно, однако следует допустить, что направления эти будут вполне независимы друг от друга: нет никакой необходимости брать в качестве исходных обязательно пару обязательно противоположных направлений (как в случае измерения с помощью установки Штерна–Герлаха). Иными словами, общее состояние спина  $\frac{1}{2} n$  мы представим в виде набора из  $n$  независимых «стрелок-направлений»; эти направления можно рассматривать как направления, задаваемые  $n$  точками на сфере Римана, – при этом каждая «стрелка» исходит из начала координат и заканчивается в соответствующей точке на сфере (см. рис. 5.21). Важно помнить, что мы имеем дело с неупорядоченной совокупностью точек (или направлений), и, следовательно, в порядок их рассмотрения никакого особого смысла вкладывать не нужно.

Получившаяся картина выглядит очень странно – если мы попытаемся подойти к квантовомеханическому спину с теми же мерками, что и к привычной концепции вращения на классическом уровне. Вращение классического объекта (например, бильярдного шара) всегда происходит вокруг некоторой вполне определенной оси, тогда как объекту квантового уровня позволено, судя по всему, вращаться одновременно вокруг множества осей, ориентированных в самых разных направлениях. Полагая, что квантовые объекты – это, в сущности, те же классические объекты, только «маленькие», мы неизбежно сталкиваемся с парадоксом. Чем больше величина спина, тем большее количество направлений осей необходимо для описания его состояния. Почему же, в таком случае, классические объекты не вращаются вокруг нескольких осей одновременно? Перед нами типичный пример квантовой X-загадки. Что-то вмешивается в процесс (на некоем неустановленном уровне), и мы обнаруживаем, что большинство типов квантовых состояний на классическом уровне феноменов – т.е. там, где мы могли бы их воспринимать, – не возникают вовсе (или, по меньшей мере, почти никогда). В случае спина мы видим, что на классическом уровне сохраняются только те состояния, в которых оси преимущественно группируются в каком-то одном направлении – в направлении оси вращения классического вращающегося объекта.

В квантовой теории есть одно заманчивое допущение, называемое «принципом соответствия». Суть этого принципа такова: как только какая-либо физическая величина (например, величина спина) возрастает до некоего предела, становится возможным такое поведение системы, которое очень близко аппроксимирует классическое поведение (как, например, спиновое состояние, где направления всех осей приблизительно одинаковы). Однако нигде почему-то не объясняется, каким образом к подобным состояниям приводит одна лишь шрёдингерова эволюция  $U$ . В действительности «классические состояния» так не возникают почти никогда. Состояния классического типа являются результатом действия совершенно иной процедуры – редукции R вектора состояния.

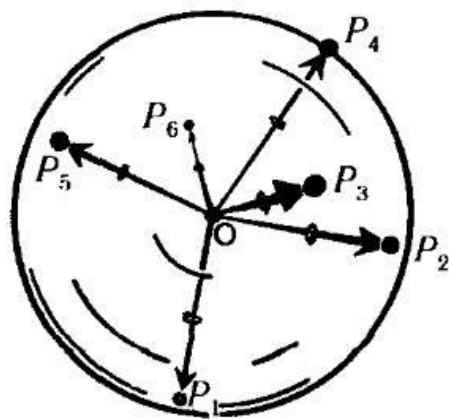


Рис. 5.21. Майорана описывает общее состояние спина  $\frac{1}{2} n$  как неупорядоченную совокупность из  $n$  точек  $P_1, P_2, \dots, P_n$  на сфере Римана, причем каждая точка соответствует «элементарному» спину  $\frac{1}{2}$ , направление оси которого совпадает с направлением от начала координат к этой самой точке.

### §5.11. Местонахождение частицы и ее количество движения

Еще более наглядным примером такого рода является квантовомеханическая концепция положения частицы в пространстве. Выше мы говорили о том, что состояние частицы может включать в себя суперпозицию двух или более различных ее положений. (Вспомним также и о примерах из §5.7, где после прохождения полупрозрачного зеркала фотон оказывается в состоянии, предполагающем его нахождение в двух различных лучах одновременно.) Такие суперпозиции возможны и в случае любых других типов частиц (как простых, так и составных) – электронов, протонов, атомов или молекул. Более того, в части U формализма квантовой теории нет ничего, что запрещало бы оказаться в двусмысленном состоянии суперпозиции положений макроскопическим объектам вроде бильярдных шаров. Однако никто ни разу не видел бильярдный шар в состоянии суперпозиции нескольких положений одновременно, равно как никто не видел и бильярдный шар, вращающийся одновременно вокруг нескольких осей. Почему получается так, что некоторые физические объекты оказываются слишком большими, или слишком массивными, или слишком какими-то еще для того, чтобы «протиснуться» на квантовый уровень, вследствие чего не могут в реальном мире находиться в какой бы то ни было суперпозиции состояний? В стандартной квантовой теории переход от квантовых суперпозиций возможных альтернатив к единственному действительному классическому результату осуществляется исключительно благодаря действию процедуры R. Действие же одной лишь процедуры U практически неизбежно приводит к таким классическим суперпозициям, которые выглядят, мягко говоря, «неестественно». (К этому вопросу я еще вернусь в §6.1.)

На квантовом же уровне те состояния частицы, в которых она не имеет четко определенного положения, могут играть, ни много ни мало, фундаментальную роль: если частица обладает определенным количеством движения (т.е. движется по некоторой определенной траектории в определенном направлении, а не в суперпозиции нескольких разных направлений одновременно), то в состоянии этой частицы непременно должна присутствовать суперпозиция всех ее различных положений одновременно. (Это одно из свойств уравнения Шрёдингера, и для должного объяснения этого свойства потребовалось бы слишком далеко углубиться в технические детали, что нам сейчас совсем не нужно; см., например, НРК, с. 243–250, а также [94] и [70]. Оно, кроме того, тесно связано с принципом неопределенности Гейзенберга, устанавливающим предел точности для одновременного измерения положения частицы и ее количества движения.) Более того, в состояниях с определенным количеством движения частицы демонстрируют колебательное (в направлении движения) пространственное поведение, чего при обсуждении состояний фотонов в §5.7 мы не учитывали. Строго говоря, термин «колебательное» здесь не совсем подходит. Как выясняется, упомянутые «колебания» отнюдь не похожи на колебания, скажем, струны – комплексные весовые коэффициенты не «мечутся» взад и вперед сквозь начало координат на комплексной плоскости, но, будучи чистыми фазами (см. рис. 5.18), движутся вокруг начала координат с постоянной скоростью, причем эта самая скорость задает частоту  $\nu$ , пропорциональную энергии  $E$  частицы в соответствии со знаменитой формулой Планка  $E = h\nu$ . (Графическое представление состояний количества движения в виде такого «штопора» можно найти в НРК, рис. 6.11.) Все эти вещи, хоть они и важны для квантовой теории, в наших дальнейших рассуждениях особой роли не играют, поэтому читатель вполне может обойтись и без детального их изучения.

В общем случае комплексные весовые коэффициенты вовсе не обязательно должны иметь именно такой «колебательный» вид, они могут изменяться от точки к точке произвольным образом. Весовые коэффициенты задают комплексную функцию положения, которая называется волновой функцией частицы.

### §5.12. Гильбертово пространство

Чтобы более внятно (и более точно) рассказать о том, как работает процедура R в стандартных квантовомеханических описаниях, необходимо перейти на несколько (совсем немного) более высокий уровень математической абстракции. Семейство всех возможных состояний квантовой системы образует так называемое гильбертово пространство. Нужды объяснять значение этого термина во всех математических тонкостях у нас в данный момент нет, однако некоторое представление о нем всё же получить стоит – это поможет нам прояснить существующую картину квантового мира.

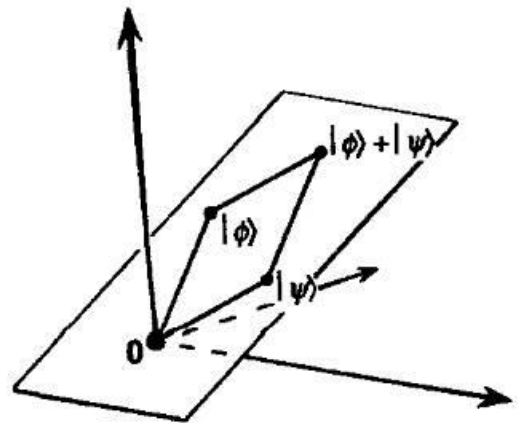
Первая и наиболее важная особенность, на которую следует обратить внимание: гильбертово пространство является комплексным векторным пространством. Это, в сущности, означает, что здесь мы вправе выполнять действия с комплексно-взвешенными комбинациями, посредством которых описываются квантовые состояния. Для обозначения элементов гильбертова пространства я продолжу использовать диракову скобку «кет», т.е. если состояния  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$  являются элементами гильбертова пространства, то таким же его элементом является и состояние  $w|\psi\rangle + z|\phi\rangle$ , где  $w$  и  $z$  – любая пара комплексных чисел. Допускается даже комбинация  $w = z = 0$ , она дает элемент  $\mathbf{0}$  гильбертова пространства – единственный элемент, не соответствующий никакому возможному физическому состоянию. Как и в любом другом векторном пространстве здесь действуют самые обыкновенные алгебраические правила:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle + |\phi\rangle &= |\phi\rangle + |\psi\rangle, \\ |\psi\rangle + (|\phi\rangle + |\chi\rangle) &= (|\psi\rangle + |\phi\rangle) + |\chi\rangle, \\ w(z|\psi\rangle) &= (wz)|\psi\rangle, \\ (w + z)|\psi\rangle &= w|\psi\rangle + z|\psi\rangle, \\ z(|\psi\rangle + |\phi\rangle) &= z|\psi\rangle + z|\phi\rangle, \\ 0|\psi\rangle &= \mathbf{0}, \\ z\mathbf{0} &= \mathbf{0}, \end{aligned}$$

а это более или менее означает, что мы можем использовать алгебраическую систему обозначений привычным нам образом.

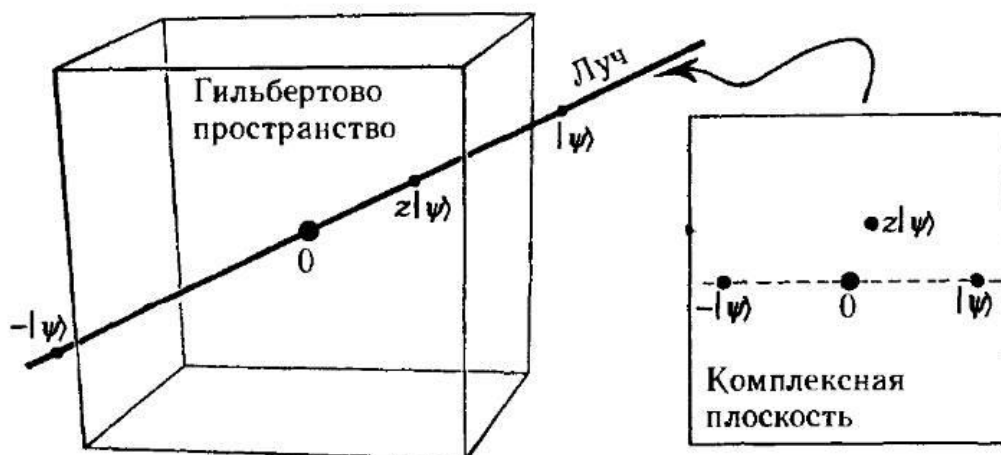
Иногда гильбертово пространство имеет конечную размерность – как, например, при описании спиновых состояний частицы. В случае спина  $\frac{1}{2}$  гильбертово пространство двумерно, а его элементы представляют собой комплексные линейные комбинации двух состояний,  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$ . Для спина  $\frac{1}{2}n$  гильбертово пространство  $(n + 1)$ -мерно. Однако размерность гильбертова пространства может быть и бесконечной – такое пространство необходимо, например, для описания состояний положения частицы. В этом случае каждое альтернативное положение, которое может занимать частица, рассматривается как отдельное измерение гильбертова пространства. Общее же состояние, определяющее квантовое местоположение частицы, записывается как комплексная суперпозиция всех этих различных отдельных положений (волновая функция для данной конкретной частицы). Надо сказать, что с рассмотрением такого бесконечномерного гильбертова пространства связаны определенные математические осложнения, которые лишь запутают нас без всякой на то необходимости, поэтому ниже я сосредоточусь (в основном) на конечномерном случае.

Попытавшись представить гильбертово пространство визуально, мы сталкиваемся с двумя трудностями. Во-первых, размерность такого пространства, как правило, слишком велика для того, чтобы наше воображение сколько-нибудь адекватно справилось с задачей. Во-вторых, пространство это является не вещественным, но комплексным. Впрочем, часто бывает полезно не задумываться о подобных трудностях с самого начала – это помогает выработать некоторое интуитивное понимание математических аспектов концепции. Поэтому давайте на некоторое время сделаем вид, будто для представления гильбертова пространства вполне достаточно той привычной двух- или трехмерной картины, которая у нас уже есть. На рис. 5.22 проиллюстрирована геометрически операция линейной суперпозиции на примере обычного трехмерного пространства.



**Рис. 5.22.** Если вообразить, что гильбертово пространство тождественно трехмерному евклидову пространству, то сумму векторов  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$  можно найти с помощью обычного правила параллелограмма (в плоскости  $(0, |\psi\rangle, |\phi\rangle)$ ).

Вспомним, что вектор квантового состояния  $|\psi\rangle$  соответствует тому же физическому состоянию, что и любой кратный ему вектор  $u|\psi\rangle$ , где  $u$  – ненулевое комплексное число. В нашей геометрической интерпретации это означает, что физическое состояние представляется не одинокой точкой в гильбертовом пространстве, но прямой, соединяющей гильбертову точку  $|\psi\rangle$  с началом координат  $0$  (такую прямую называют лучом). Пример луча изображен на рис. 5.23; следует, впрочем, учитывать, что ввиду комплексного характера гильбертова пространства луч этот только выглядит как обычная одномерная прямая, на деле же за ним скрывается целая комплексная плоскость.



**Рис. 5.23.** Луч в гильбертовом пространстве есть множество всех комплексных кратных вектора состояния  $|\psi\rangle$ . Мы представляем этот луч в виде прямой, проходящей через начало гильбертовых координат, однако не следует забывать о том, что за этой прямой на деле скрывается комплексная плоскость.

До сих пор мы рассматривали гильбертово пространство, имея в виду лишь то, что структурно оно представляет собой комплексное векторное пространство. Однако, помимо комплексно-векторной структуры, у гильбертова пространства имеется еще одно, не менее важное, свойство, крайне полезное для описания процедуры редукции R. Речь идет об эрмитовом скалярном произведении (или внутреннем произведении), каковая операция позволяет из любой пары гильбертовых векторов получить одно-единственное комплексное число. Она же дает нам возможность ввести два весьма важных понятия. Первое – квадрат длины гильбертова вектора как скалярное произведение вектора на самого себя. Например, нормированное состояние (необходимое, как мы отмечали выше – см. §5.8, с. 412, – для строгой применимости правила квадратов модулей) задается гильбертовым вектором, квадрат длины которого равен единице. Вторым важным понятием, сопутствующим скалярному произведению, является понятие ортогональности гильбертовых векторов – векторы ортогональны, когда их скалярное произведение равно нулю. Ортогональными считаются векторы, направленные, в том или ином смысле, «под прямым углом» друг к другу. Применительно к состояниям, ортогональными обычно называют состояния, независимые одно от другого. Важность этого понятия для квантовой физики заключается в том, что различные альтернативные результаты любого измерения всегда ортогональны друг другу.

В качестве примера ортогональных состояний можно привести состояния  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$ , с которыми мы встречались при рассмотрении частицы со спином  $\frac{1}{2}$ . (Отметим, что ортогональность в гильбертовом пространстве, как правило, не соответствует перпендикулярности в пространстве обычном; в случае спина  $\frac{1}{2}$  ортогональные состояния  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$  представляют физические конфигурации, ориентированные, скорее, в противоположных направлениях, нежели под прямым углом.) Следующий пример – состояния  $|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ ,  $|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ , ...,  $|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle$  спина  $\frac{1}{2} n$ ; каждое такое состояние ортогонально всем остальным. Ортогональными являются и все различные возможные положения, в которых может находиться квантовая частица. Более того, ортогональны как состояния  $|B\rangle$  и  $i|C\rangle$  (см. §5.7 – прошедшая и отраженная части состояния фотона, получаемые в результате падения фотона на полупрозрачное зеркало), так и состояния

$i|D\rangle$  и  $-|E\rangle$ , в которые эволюционируют первые два после отражения от двух непрозрачных зеркал.

Последний факт иллюстрирует одно важное свойство шрёдингеровой эволюции  $U$ . Любые два изначально ортогональных состояния ортогональными и остаются, если каждое эволюционирует в соответствии с  $U$  в течение одного и того же временного периода. Таким образом, свойство ортогональности при эволюции  $U$  сохраняется. Кроме того, эволюция  $U$  сохраняет и значение скалярного произведения состояний. Собственно, именно в этом и заключается формальный смысл понятия унитарная эволюция.

Как уже упоминалось выше, ключевая роль ортогональности состоит в следующем: различные возможные квантовые состояния, возникающие при любом «измерении» квантовой системы и дающие – при поднятии на классический уровень – непосредственно различимые результаты, непременно ортогональны друг другу. Особенно наглядно это проявляется в нулевых измерениях – таких, например, как в задаче об испытании бомб, §5.2 и §5.9. Не-обнаружение какого-либо квантового состояния устройством, способным это состояние обнаружить, приводит в конечном счете к тому, что результирующее состояние «перескакивает» в нечто, ортогонально противоположное тому состоянию, какое детектор, собственно, призван обнаруживать.

Как мы только что отметили, ортогональность математически выражается как обращение в нуль скалярного произведения состояний. Это скалярное произведение, в общем случае, представляет собой комплексное число, поставленное в соответствие какой-либо паре элементов гильбертова пространства. Если обозначить эти элементы (или состояния) через  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$ , то упомянутое комплексное число записывается так:  $\langle\psi|\phi\rangle$ . При этом выполняется ряд простых алгебраических тождеств, которые мы можем записать в следующем (несколько, правда, неуклюжем) виде:

$$\begin{aligned}\overline{\langle\psi|\phi\rangle} &= \langle\phi|\psi\rangle, \\ \langle\psi|(|\phi\rangle + |\chi\rangle) &= \langle\psi|\phi\rangle + \langle\psi|\chi\rangle, \\ (z\langle\psi|)|\phi\rangle &= z\langle\psi|\phi\rangle, \\ \langle\psi|\psi\rangle &> 0, \quad \text{кроме случая } |\psi\rangle = 0.\end{aligned}$$

Кроме того, можно показать, что  $\langle\psi|\psi\rangle = 0$  при  $|\psi\rangle = 0$ . Мне не хочется надоедать читателю прочими математическими подробностями (если же таковые подробности кого-то заинтересуют, то ознакомиться с ними можно, открыв любой стандартный текст по квантовой теории; см., например, [94]).

Существенными для наших дальнейших нужд свойствами скалярного произведения являются лишь следующие два (уже, впрочем, упоминавшиеся выше):

векторы  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$  ортогональны тогда и только тогда, когда  $\langle\psi|\phi\rangle = 0$ ,  
произведение  $\langle\psi|\psi\rangle$  есть квадрат длины вектора  $|\psi\rangle$ .

Отметим, что отношение ортогональности является симметричным (поскольку  $\langle\psi|\phi\rangle = \overline{\langle\phi|\psi\rangle}$ ). Более того, произведение  $\langle\psi|\psi\rangle$  всегда представляет собой неотрицательное вещественное число, из которого легко извлекается неотрицательный квадратный корень, который мы можем называть длиной (или величиной) вектора  $|\psi\rangle$ .

Поскольку при умножении любого вектора состояния на ненулевое комплексное число физическая интерпретация этого вектора никаких изменений не претерпевает, мы всегда можем нормировать состояние таким образом, чтобы длина соответствующего вектора стала равна единице, получив в результате так называемый единичный вектор, или нормированное состояние. Тут, впрочем, имеется некоторая неясность, так как мы можем умножить вектор состояния и на чистую фазу (число вида  $e^{i\theta}$ , где  $\theta$  – вещественное число; см. §5.10).

### §5.13. Описание редукции $R$ в терминах гильбертова пространства

Как в терминах гильбертова пространства представить процедуру  $R$ ? Рассмотрим простейший случай измерения (типа «да/нет»), при котором прибор делает запись ДА при достоверном обнаружении у измеряемого квантового объекта некоторого свойства и НЕТ, если обнаружить данное свойство не удастся (или, что то же самое, прибор обнаруживает достоверное указание на то, что таким свойством измеряемый квантовый объект не обладает). Этот случай включает в себя и ту возможность, которая нас в настоящий момент как раз и интересует, – вариант НЕТ

может оказаться нулевым измерением. Подобные измерения выполняют, например, детекторы фотонов из §5.8. Они регистрируют результат ДА, обнаруживая прибытие фотона, и НЕТ, если обнаружения фотона не произошло. В данном случае измерение НЕТ является не чем иным, как нулевым измерением – измерением оно при этом быть не перестает, вследствие чего состояние системы «скачком» переходит в состояние, ортогональное тому, какое наблюдалось бы, получи мы при измерении результат ДА. Аналогичным образом, к нулевым можно непосредственно отнести и измерения спина (для атома со спином  $\frac{1}{2}$ ) в опыте Штерна–Герлаха; можно говорить, что измерение дает результат ДА, если обнаруживается, что атом имеет спин  $|\uparrow\rangle$  (что происходит, когда атом отклоняется в сторону, соответствующую направлению «вверх»), или НЕТ, если атом в эту сторону не отклоняется, что дает нам спиновое состояние, ортогональное состоянию  $|\uparrow\rangle$ , т.е.  $|\downarrow\rangle$ .

Более сложные измерения всегда можно представить в виде последовательности измерений типа «да/нет». Рассмотрим, например, атом со спином  $\frac{1}{2}n$ . Чтобы не упустить ни одного из  $n + 1$  различных возможных результатов измерения доли спина, ориентированного в направлении «вверх», начнем с того, что зададим вопрос, не находится ли атом в спиновом состоянии, например,  $|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ . Для ответа на вопрос попытаемся обнаружить атом в луче, соответствующем этому спиновому состоянию «единодушно вверх». Если измерение дает ответ ДА, то на этом наши мучения и заканчиваются. Если же мы получаем НЕТ, то измерение оказывается нулевым, и мы переходим к следующему вопросу: «Не находится ли атом в спиновом состоянии  $|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ ?» И так далее. Каждый раз ответ НЕТ следует считать нулевым измерением, каковое указывает лишь на то, что в данном случае не был получен ответ ДА. Запишем наши рассуждения более подробно. Предположим, что первоначально атом находится в спиновом состоянии

$$z_0|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_1|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_2|\downarrow\downarrow\dots\uparrow\rangle, \dots, z_n|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle,$$

а мы выполняем измерение с целью выяснить, не ориентирован ли весь спин атома в направлении «вверх». Получив ответ ДА, мы удостоверяемся в том, что атом действительно находится в состоянии  $|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ , или, если точнее, «перескакивает» в состояние  $|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$  при измерении. Если же ответ НЕТ, то измерение является нулевым, и приходится предположить, что первоначальное состояние «перескакивает» в ортогональное состояние

$$z_1|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_2|\downarrow\downarrow\dots\uparrow\rangle, \dots, z_n|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle.$$

Мы выполняем следующее измерение, на этот раз желая выяснить не находится ли атом в состоянии  $|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ . Получив при этом измерении ответ ДА, мы говорим, что атом и в самом деле находится в состоянии  $|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$  или, что правильнее, «перескакивает» в состояние  $|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$  в результате измерения. Если же мы получаем ответ НЕТ, то происходит «скачок» в следующее состояние,

$$z_2|\downarrow\downarrow\dots\uparrow\rangle, \dots, z_n|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle,$$

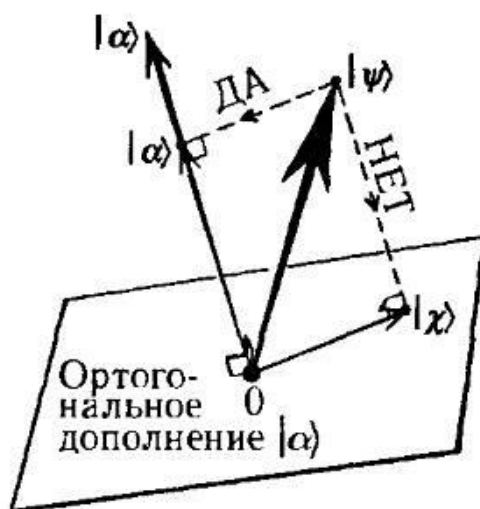
и так далее.

Эти «скачки», совершаемые (или, по крайней мере, кажущиеся совершаемыми) вектором состояния, олицетворяют собой наиболее головоломный аспект квантовой теории. Думаю, недалеко от истины утверждение, что большинство квантовых физиков либо испытывают немалые трудности, пытаясь примириться с тем фактом, что подобные «скачки» неотъемлемо присущи объективной физической реальности, либо вообще отказываются признавать, что реальность может вести себя столь абсурдным образом. Тем не менее, какой бы точки зрения относительно связи описываемых здесь процессов с «реальностью» мы ни придерживались, упомянутые «скачки» представляют собой существенный элемент квантового формализма.

В предыдущем рассуждении я воспользовался правилом, иногда называемым проекционным постулатом и однозначно определяющим форму подобных «скачков» (например, состояние  $z_0|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_1|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_2|\downarrow\downarrow\dots\uparrow\rangle, \dots, z_n|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle$  должно «перескакивать» в состояние  $z_1|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, z_2|\downarrow\downarrow\dots\uparrow\rangle, \dots, z_n|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle$ ). Название постулата обусловлено геометрическими соображениями, в чем мы вскоре убедимся. По мнению некоторых физиков, проекционный постулат представляет собой несущественное допущение квантовой теории. Физики эти, впрочем, имеют в виду, как правило, отнюдь не нулевые измерения, но измерения, при которых квантовое состояние нарушается неким физическим взаимодействием. Такое нарушение происходит, когда измерение (в вышеописанных примерах) дает ответ ДА, т.е. детектор регистрирует фотон, поглощая его при этом, а атом по прохождении установки Штерна–Герлаха оказывается в некотором конкретном луче (что опять же означает ДА). Для рассматриваемого же нулевого измерения (т.е. измерения, при котором мы получаем ответ НЕТ) проекционный постулат оказывается как нельзя более

существенным, поскольку без него никак невозможно узнать, что квантовая теория думает (и, кстати, правильно думает) по поводу измерений, следующих за нулевым.

Для того, чтобы получить более наглядное представление о смысле проекционного постулата, попробуем описать происходящее в терминах гильбертова пространства. Для этого введем понятие примитивного измерения. Примитивным я буду называть измерение типа «да/нет», при котором результат ДА означает, что система находится в некотором определенном квантовом состоянии  $|\alpha\rangle$  (либо в кратном ему состоянии  $u|\alpha\rangle$ , где  $u \neq 0$ ) – или только что в это состояние «перескочила». Таким образом, в случае примитивного измерения результат ДА определяет физическое состояние системы как нечто конкретное и единственное, тогда как результат НЕТ может предполагать несколько альтернативных вариантов развития событий. Примитивными являются, например, описанные выше измерения спина, посредством которых мы пытались установить, не находится ли спин в том или ином состоянии (скажем, в состоянии  $|\downarrow\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ ).



**Рис. 5.24.** Примитивное измерение проецирует состояние  $|\psi\rangle$  в состояние, кратное заданному состоянию  $|\alpha\rangle$  (в случае ответа ДА), или в состояние, являющееся ортогональным дополнением  $|\alpha\rangle$  (в случае ответа НЕТ).

При примитивном измерении результат НЕТ проецирует состояние системы на состояние, ортогональное  $|\alpha\rangle$ . На рис. 5.24 представлена геометрическая интерпретация этой процедуры. За начальное состояние примем состояние  $|\psi\rangle$  (обозначенное на рисунке большой стрелкой) – в результате измерения оно «перескакивает» либо в состояние, кратное  $|\alpha\rangle$  (если ответ ДА), либо проецируется на состояние, ортогональное  $|\alpha\rangle$  (если ответ НЕТ). Со случаем НЕТ никаких дополнительных проблем не возникает – согласно стандартной квантовой теории, именно такого результата и следует ожидать. В случае же ответа ДА ситуация осложняется тем, что здесь квантовая система вступает во взаимодействие с измерительным устройством, переходя в состояние, значительно более хитроумное, нежели просто  $|\alpha\rangle$ . Результатом такой эволюции оказывается, в общем случае, так называемое сцепленное состояние, «сплетающее» в одно целое исходную квантовую систему и измерительное устройство. (Сцепленные состояния мы рассмотрим в §5.17.) Тем не менее, дальше квантовая система должна эволюционировать так, будто она и в самом деле перескочила в состояние, кратное  $|\alpha\rangle$ ; в противном случае последующая эволюция системы становится неоднозначной.

Алгебраически этот скачок выражается следующим образом. Вектор состояния  $|\psi\rangle$  всегда можно записать (в данном случае – однозначно, поскольку вектор  $|\alpha\rangle$  задан) в виде

$$|\psi\rangle = z|\alpha\rangle + |\chi\rangle,$$

где  $|\chi\rangle$  ортогонален  $|\alpha\rangle$ . Вектор  $z|\alpha\rangle$  есть ортогональная проекция вектора  $|\psi\rangle$  на луч, содержащий вектор  $|\alpha\rangle$ , а  $|\chi\rangle$  – это ортогональная проекция  $|\psi\rangle$  на пространство ортогональных дополнений  $|\alpha\rangle$  (т.е. на пространство всех векторов, ортогональных  $|\alpha\rangle$ ). Если измерение дает результат ДА, то это нужно понимать так, что вектор состояния перескочил в  $z|\alpha\rangle$  (или просто в  $|\alpha\rangle$ ), что является



отправной точкой его последующей эволюции. Если же результат НЕТ, то вектор перескакивает в  $|\chi\rangle$ .

Какие вероятности следует приписать каждому из двух альтернативных результатов? Для того, чтобы воспользоваться предложенным выше «правилом квадратов модулей», будем полагать вектор  $|\alpha\rangle$  единичным и выберем некоторый единичный вектор  $|\phi\rangle$  в направлении вектора  $|\chi\rangle$ , т.е.  $|\chi\rangle = w|\phi\rangle$ . Тогда выражение принимает вид

$$|\psi\rangle = z|\alpha\rangle + w|\phi\rangle$$

(где, собственно,  $z = \langle\alpha|\psi\rangle$  и  $w = \langle\phi|\psi\rangle$ ), а относительные вероятности результатов ДА и НЕТ вычисляются через отношение квадратов  $|z|^2$  и  $|w|^2$ . Если и сам вектор  $|\psi\rangle$  является единичным, то величины  $|z|^2$  и  $|w|^2$  представляют собой фактические вероятности, соответственно, результатов ДА и НЕТ.

Можно сформулировать всё это и по-другому, причем в настоящем контексте получится даже несколько проще (в качестве упражнения предлагаю заинтересованному читателю самостоятельно убедиться в том, что эти формулировки эквивалентны). Для того, чтобы определить фактическую вероятность каждого из возможных результатов (в данном случае, ДА и НЕТ), мы просто возводим в квадрат длину вектора  $|\psi\rangle$  (ненормированного к единичному вектору), после чего сравниваем полученное значение с квадратами длины соответствующих проекций. Коэффициент уменьшения в каждом случае и будет представлять собой искомую вероятность.

В заключение следует упомянуть, что в случае общего измерения типа «да/нет» (т.е. не только примитивного), когда ДА-состояния не обязательно принадлежат одному-единственному лучу, рассуждение будет по большей части аналогично вышеприведенному. Только здесь речь пойдет о ДА-подпространстве Д и НЕТ-подпространстве Н. Эти подпространства являются ортогональными дополнениями друг друга – в том смысле, что любой вектор одного ортогонален любому вектору другого; вместе же они заполняют всё исходное гильбертово пространство. Согласно проекционному постулату, при измерении первоначальный вектор состояния  $|\psi\rangle$  ортогонально проецируется на подпространство Д, если получен ответ ДА, и на подпространство Н, если получен ответ НЕТ. Относительные вероятности этих результатов здесь также определяются коэффициентами уменьшения квадрата длины вектора состояния при соответствующем проецировании (см. НРК с. 263, рис. 6.23). Впрочем, статус проекционного постулата в данном случае представляется несколько менее ясным, чем при нулевом измерении, поскольку при утвердительном результате измерения результирующее состояние сцепляется с состоянием измерительного устройства. Поэтому в последующих рассуждениях я ограничусь более простыми примитивными измерениями, ДА-пространство которых состоит из одного-единственного луча (содержащего векторы, кратные  $|\psi\rangle$ ). Для наших нужд этого будет вполне достаточно.

#### §5.14. Коммутирующие измерения

При проведении нескольких последовательных измерений квантовой системы порядок, в котором эти измерения выполняются, может быть, в общем случае, важным. Измерения, от порядка выполнения которых зависит, какой вектор состояния мы получим в конечном итоге, называются некоммутирующими. Если же порядок выполнения измерений не играет абсолютно никакой роли (не изменяется даже фаза результирующего состояния), то мы говорим, что такие измерения коммутируют. В терминах гильбертова пространства это можно понимать так: при нескольких последовательных ортогональных проекциях заданного вектора состояния  $|\psi\rangle$  окончательный результат, как правило, зависит от порядка выполнения этих проекций. В случае коммутирующих измерений порядок их выполнения никакой роли не играет.

Что же происходит в случае примитивных измерений? Нетрудно убедиться, что для коммутируемости двух различных примитивных измерений необходимо, чтобы ДА-луч одного был ортогонален ДА-лучу другого. Например, примитивные измерения спина атома со спином  $\frac{1}{2}\hbar$  (см. §5.10) можно выполнять в любом порядке, так как все возможные состояния здесь ( $|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ ,  $|\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle$ , ...,  $|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle$ ) ортогональны друг другу. Таким образом, окончательный результат измерения никак не зависит от выбранного мной конкретного порядка выполнения примитивных измерений – все эти измерения коммутируют. Впрочем, в общем случае это не всегда так – например, нам может вздуматься выполнять отдельные измерения спина относительно различных направлений. Такие измерения, как правило, не коммутируют.

### §5.15. Квантовомеханическое «И»

В квантовой механике имеется стандартная процедура для исследования систем из двух и более независимых компонентов. Эта процедура понадобится нам, в частности, при рассмотрении с квантовой точки зрения (которое мы планируем дать в §5.18) системы, состоящей из двух далеко разнесенных в пространстве частиц со спином  $3/2$  – тех самых частиц, которые «Квинтэссенциальные Товары» поместили в магические додекаэдры (см. §5.3). Необходима такая процедура и для квантовомеханического описания детектора в момент сцепления его состояния с квантовым состоянием регистрируемой частицы.

Рассмотрим для начала систему, состоящую всего из двух независимых (не взаимодействующих) компонентов. Допустим, что каждый из этих компонентов (в отсутствие другого) описывается своим вектором состояния – скажем,  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ . Как описать всю систему, в которой присутствуют оба компонента? Обычная процедура заключается в составлении так называемого тензорного (или внешнего) произведения этих векторов, которое записывается следующим образом:

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle.$$

Мы можем рассматривать это произведение как стандартный квантовомеханический способ представления обыкновенного логического «И» – в том смысле, что такая система объединяет в себе в некоторый момент времени обе независимые квантовые системы, представленные, соответственно, векторами состояния  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ . (Например,  $|\alpha\rangle$  может представлять электрон, находящийся в точке  $A$ , а  $|\beta\rangle$  – атом водорода в некоторой отдаленной точке  $B$ . Тогда состояние, в котором электрон находится в точке  $A$ , а атом водорода – в точке  $B$ , будет представлено произведением  $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ .) Величина  $|\alpha\rangle|\beta\rangle$  представляет одно квантовое состояние – мы вполне можем обозначить его одним вектором состояния, скажем,  $|\chi\rangle$ , и, не нарушив ни одного закона, записать

$$|\chi\rangle = |\alpha\rangle|\beta\rangle.$$

Следует особо подчеркнуть, что это понятие «И» не имеет ничего общего с квантовой линейной суперпозицией, которая записывается как сумма векторов состояний  $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$  или, в общем случае,  $z|\alpha\rangle + w|\beta\rangle$ , где  $z$  и  $w$  – комплексные весовые коэффициенты. Например, если  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  – возможные состояния одного фотона (соответствующие, скажем, его расположению в различных точках  $A$  и  $B$ ), то запись  $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$  также представляет возможное состояние того же самого фотона, при котором он замирает в нерешительности где-то между  $A$  и  $B$  в соответствии с маловразумительными предписаниями квантовой теории, – одного фотона, заметим, никак не двух. Состояние пары фотонов, при котором один находится в точке  $A$ , а другой – в точке  $B$ , будет представлено уже вектором  $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ .

Тензорное произведение подчиняется тем же алгебраическим правилам, каким, по нашим представлениям, и должно подчиняться любое уважающее себя произведение:

$$\begin{aligned} (z|\alpha\rangle)|\beta\rangle &= z(|\alpha\rangle|\beta\rangle) = |\alpha\rangle(z|\beta\rangle), \\ (|\alpha\rangle + |\gamma\rangle)|\beta\rangle &= |\alpha\rangle|\beta\rangle + |\gamma\rangle|\beta\rangle, \\ |\alpha\rangle(|\beta\rangle + |\gamma\rangle) &= |\alpha\rangle|\beta\rangle + |\alpha\rangle|\gamma\rangle, \\ (|\alpha\rangle|\beta\rangle)|\gamma\rangle &= |\alpha\rangle(|\beta\rangle|\gamma\rangle), \end{aligned}$$

разве что равенство  $|\alpha\rangle|\beta\rangle = |\beta\rangle|\alpha\rangle$ , строго говоря, некорректно. Это, впрочем, отнюдь не означает, что интерпретация понятия «И» в квантовомеханическом контексте предполагает, что совокупная система « $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ » физически чем-то отличается от совокупной системы « $|\beta\rangle$  и  $|\alpha\rangle$ ». Мы попробуем обойти эту проблему посредством несколько более глубокого погружения в таинства действительного поведения Вселенной на квантовом уровне. В дальнейшем под записью  $|\alpha\rangle|\beta\rangle$  мы будем подразумевать не то, что математики называют «тензорным произведением», а скорее то, что в математической физике (с недавних пор) называется грассмановым произведением. Тогда к записанным выше можно добавить еще одно правило:

$$|\beta\rangle|\alpha\rangle = \pm |\alpha\rangle|\beta\rangle.$$

Знак «минус» появляется здесь лишь в том случае, когда оба состояния  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  «охватывают» нечетное количество частиц с нецелочисленным спином. (Такие частицы называются фермионами, а их спин принимает значения  $1/2, 3/2, 5/2, 7/2, \dots$ . Частицы со спином  $0, 1, 2, 3, \dots$  называются бозонами и на знак в приведенном выше выражении никак не влияют.) Впрочем, на данном этапе читателю нет необходимости вникать во все эти формальности. До тех пор, пока

нас занимает лишь скрывающееся за описанием физическое состояние, « $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ » ничем не отличается от « $|\beta\rangle$  и  $|\alpha\rangle$ ».

Для описания состояний с тремя или бóльшим количеством независимых компонентов мы просто повторяем процедуру. Так, если обозначить индивидуальные состояния этих трех компонентов через  $|\alpha\rangle$ ,  $|\beta\rangle$  и  $|\gamma\rangle$ , то состояние, в котором все три компонента наличествуют одновременно, описывается произведением

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle,$$

причем грассманово произведение  $(|\alpha\rangle|\beta\rangle)|\gamma\rangle$  (или, что эквивалентно,  $|\alpha\rangle(|\beta\rangle|\gamma\rangle)$ ) описывает то же самое состояние. Аналогичным образом рассматриваются и системы с четырьмя или более независимыми компонентами.

Следует упомянуть и об одном важном свойстве шрёдингеровой эволюции  $U$ : эволюция совокупной системы  $|\alpha\rangle|\beta\rangle$  (где  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  никак друг с другом не взаимодействуют) есть не что иное, как совокупность эволюций индивидуальных систем. Так, если по истечении некоторого времени  $t$  система  $|\alpha\rangle$  эволюционирует (индивидуально) в систему  $|\alpha'\rangle$ , а система  $|\beta\rangle$  эволюционирует (индивидуально) в систему  $|\beta'\rangle$ , то совокупная система  $|\alpha\rangle|\beta\rangle$  за то же время  $t$  эволюционирует в систему  $|\alpha'\rangle|\beta'\rangle$ . Аналогично, если у нас имеется три не взаимодействующих компонента  $|\alpha\rangle$ ,  $|\beta\rangle$  и  $|\gamma\rangle$ , эволюционирующих, соответственно, в  $|\alpha'\rangle$ ,  $|\beta'\rangle$  и  $|\gamma'\rangle$ , то совокупная система  $|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle$  посредством той же эволюции переходит в состояние  $|\alpha'\rangle|\beta'\rangle|\gamma'\rangle$ . То же верно для четырех и более компонент.

Отметим, что свойство это очень похоже на свойство линейности эволюции  $U$  (см. §5.7), согласно которому результат эволюции суперпозиции состояний в точности совпадает с суперпозицией результатов эволюции отдельных состояний. Состояние  $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$ , например, эволюционирует в  $|\alpha'\rangle + |\beta'\rangle$ . Тем не менее, речь в обоих случаях идет о совершенно разных вещах, и очень важно об этой разнице не забывать. Нет ничего удивительного в том, что система, составленная из не взаимодействующих независимых компонентов, эволюционирует – как целое – так, словно ни один из ее отдельных компонентов понятия не имеет о присутствии в системе остальных. Независимость компонентов (т.е. полное отсутствие каких бы то ни было взаимодействий между ними) в данном случае – существенное условие, иначе свойство не «работает». Свойство линейности же оказывается поистине неожиданным. Получается, что под действием  $U$  системы-суперпозиции состояний эволюционируют как набор отдельных, полностью изолированных друг от друга состояний независимо от того, изолированы эти состояния в действительности или между ними существуют какие-то взаимодействия. Одного этого достаточно, чтобы усомниться в абсолютной справедливости свойства линейности. И всё же эволюция  $U$  линейна (и тому есть многочисленные подтверждения), но лишь в отношении феноменов, целиком и полностью ограниченных квантовым уровнем. Нарушение же линейности происходит, по всей видимости, исключительно под действием процедуры  $R$ . К этому вопросу мы еще вернемся.

### §5.16. Ортогональность произведений состояний

С ортогональностью произведений состояний (в том виде, в каком я определил эти произведения выше) дела обстоят не так просто, как хотелось бы. Допустим, у нас имеется два ортогональных состояния  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ ; тогда мы вправе ожидать, что состояния  $|\psi\rangle|\alpha\rangle$  и  $|\psi\rangle|\beta\rangle$  также будут ортогональными, причем при любом  $|\psi\rangle$ . Пусть, например,  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  – возможные альтернативные состояния фотона, где  $|\alpha\rangle$  – состояние фотона, зарегистрированного неким фотоэлементом, а ортогональное  $|\alpha\rangle$  состояние  $|\beta\rangle$  – предполагаемое состояние фотона в случае, когда фотоэлемент не регистрирует ничего (нулевое измерение). Можно представить себе, что наш фотон является компонентом некоей совокупной системы – просто добавим к нему еще какой-нибудь объект (например, другой фотон, скажем, где-нибудь на Луне) и обозначим состояние этого другого объекта через  $|\psi\rangle$ . Таким образом, для нашей совокупной системы возможны два альтернативных состояния –  $|\psi\rangle|\alpha\rangle$  и  $|\psi\rangle|\beta\rangle$ . Простое добавление состояния  $|\psi\rangle$  в имеющееся описание не должно, разумеется, оказать никакого влияния на ортогональность двух первоначальных состояний. В самом деле, если говорить об определении произведения состояний в терминах обычного «тензорного произведения» (или необычного – в данном случае, грассманова произведения, а точнее, некоторой его модификации, используемой в наших рассуждениях), то так оно и есть, и из ортогональности состояний  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  действительно следует ортогональность  $|\psi\rangle|\alpha\rangle$  и  $|\psi\rangle|\beta\rangle$ .

Как бы то ни было, пути, которыми, похоже (согласно последним данным квантовой теории), предпочитает следовать Вселенная, далеко не столь прямолинейны. Если бы состояние  $|\psi\rangle$  можно было считать полностью независимым и от  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ , то тогда его присутствие и в самом деле ничего бы не меняло. Однако формально полной независимости здесь быть не может, и состояние даже пребывающего на Луне фотона оказывает самое непосредственное воздействие на состояние фотона, регистрируемого нашим фотоэлементом.<sup>30</sup> (С этими формальностями связано, в частности, то, что под обозначением  $\langle\psi|\alpha\rangle$  мы подразумеваем произведение грасманова типа – если использовать более привычные термины, то речь тут идет о так называемой «статистике Бозе» (описание состояний фотонов и прочих бозонов) или о «статистике Ферми» (описание состояний фермионов – электронов, протонов и т.д.), см. НРК, с. 277, 278 и, скажем, [94].) Если бы перед нами стояла задача получить абсолютно точный с точки зрения теории результат, то рассмотрение состояния одного-единственного фотона потребовало бы учета состояний всех фотонов во Вселенной. Впрочем, необходимости в этом (к счастью) нет – и без такого учета точность получаемых результатов хоть и не абсолютна, но всё же чрезвычайно высока. Если состояния  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  ортогональны, то можно с очень высокой степенью точности предположить, что ортогональными будут и состояния  $|\psi\rangle|\alpha\rangle$  и  $|\psi\rangle|\beta\rangle$  (даже если это произведения грасманова типа), где  $|\psi\rangle$  – любое состояние, не имеющее очевидного отношения к рассматриваемой задаче (каковая задача непосредственно касается лишь ортогональных состояний  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ ). Так и предположим.

### §5.17. Квантовая сцепленность

Для того, чтобы двигаться дальше, нам не обойтись без понимания квантовой физики ЭПР-эффектов – квантовомеханических Z-загадок, ярким представителем которых является представленная мною выше задача о магических додекаэдрах (см. §5.3, §5.4). Кроме того, мы должны как-то разобраться с главной X-загадкой квантовой теории – парадоксальной взаимозависимостью между процессами эволюции U и редукции R, загадкой, порождающей проблему измерения, о которой мы поговорим в следующей главе. Следовательно, настала пора ввести очередную фундаментальную квантовую идею – понятие о сцепленных состояниях.

Начнем с того, что попытаемся выяснить, что включает в себя простой процесс измерения. Рассмотрим следующую ситуацию: фотон находится в суперпозиции, скажем,  $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$ , где в состоянии  $|\alpha\rangle$  фотон активирует детектор, в состоянии же  $|\beta\rangle$ , ортогональном  $|\alpha\rangle$ , фотон никакого воздействия на детектор не оказывает. (Похожий пример рассматривался в §5.8, когда на детектор, расположенный в точке G, падал фотон, пребывающий в состоянии  $-|F\rangle - i|G\rangle$ . В состоянии  $|G\rangle$  фотон активировал детектор, в состоянии  $|F\rangle$  никакого воздействия на детектор не происходило.) Предположим далее, что детектору тоже можно сопоставить некое квантовое состояние, скажем,  $|\Psi\rangle$ . Вообще говоря, в квантовой теории это обычная практика. Лично мне не совсем ясно, какой может быть смысл в придании квантовомеханического описания объекту классического уровня, однако в дискуссиях на эту тему подобные вопросы, как правило, никого не занимают. Как бы то ни было, мы, думаю, можем согласиться с тем, что те элементы детектора, с которыми фотон сталкивается прежде всего, и в самом деле допускают рассмотрение согласно стандартным правилам квантовой теории. Поэтому, если у вас возникают какие-либо сомнения относительно правомерности применения этих правил ко всему детектору (как к целому), вы можете считать, что вектор состояния  $|\Psi\rangle$  описывает поведение именно совокупности элементов квантового уровня (частиц, атомов, молекул), что принимают на себя, так сказать, первый удар.

В момент, непосредственно предшествующий столкновению фотона (или, точнее,  $|\alpha\rangle$ -части волновой функции фотона) с детектором, физическое состояние системы объединяет в себе состояние детектора и состояние фотона, т.е. имеет вид  $|\Psi\rangle(|\alpha\rangle + |\beta\rangle)$ , а нам известно, что

$$|\Psi\rangle(|\alpha\rangle + |\beta\rangle) = |\Psi\rangle|\alpha\rangle + |\Psi\rangle|\beta\rangle.$$

<sup>30</sup> (\*449) Любопытно, что такого рода феномены находят недвусмысленное подтверждение в реальных физических наблюдениях. Описанный Хэнбери Брауном и Твиссом [187, 188] эффект, в соответствии с которым были измерены диаметры некоторых близлежащих звезд, основывается как раз на таком «бозонном» свойстве взаимодействия достигающих Земли фотонов, испущенных с противоположных краев звезды.

Таким образом, мы имеем дело с суперпозицией состояния  $|\Psi\rangle|\alpha\rangle$ , описывающего детектор (элементы детектора) и приближающийся к нему фотон, и состояния  $|\Psi\rangle|\beta\rangle$ , описывающего детектор (элементы детектора) и фотон, находящийся где-то в другом месте. Предположим далее, что состояние  $|\Psi\rangle|\alpha\rangle$  (детектор с приближающимся к нему фотоном) переходит, согласно шрёдингеровой эволюции  $U$ , в некоторое новое состояние  $|\Psi_D\rangle$  (детектор регистрирует результат ДА) – в силу возникающих при столкновении взаимодействий между фотоном и элементами детектора. Предположим также, что если фотон с детектором не сталкивается, то под действием  $U$  состояние детектора  $|\Psi\rangle$  эволюционирует (индивидуально) в состояние  $|\Psi_N\rangle$  (детектор регистрирует НЕТ), а состояние  $|\beta\rangle$  – в состояние  $|\beta'\rangle$ . Тогда, согласно свойствам шрёдингеровой эволюции, рассмотренным в предыдущем параграфе, общее состояние системы принимает вид

$$|\Psi_D\rangle + |\Psi_N\rangle|\beta'\rangle.$$

Перед нами типичный пример сцепленного состояния: термин «сцепленность» в данном случае отражает тот факт, что общее состояние системы невозможно записать просто в виде произведения состояния одной из ее подсистем (фотона) на состояние другой подсистемы (детектора). Более того, состояние  $|\Psi_D\rangle$  и само, по всей вероятности, является сцепленным (по меньшей мере, с состояниями элементов собственного окружения), однако подтверждение этой сцепленности требует детального исследования соответствующих взаимодействий, не имеющих к теме нашего разговора никакого отношения.

Отметим, что состояния  $|\Psi\rangle|\alpha\rangle$  и  $|\Psi\rangle|\beta\rangle$ , суперпозицией которых представлено состояние совокупной системы непосредственно перед столкновением, (существенно) ортогональны – поскольку ортогональны состояния  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ , а  $|\Psi\rangle$  никак не зависит ни от того, ни от другого. Таким образом, ортогональными должны быть и состояния, в которые они эволюционируют под действием  $U$ , –  $|\Psi_D\rangle$  и  $|\Psi_N\rangle|\beta'\rangle$ . (Эволюция  $U$  всегда сохраняет ортогональность.) Состояние  $|\Psi_D\rangle$  может в дальнейшем эволюционировать в нечто, наблюдаемое на макроскопическом уровне, – например, в слышимый человеческим ухом щелчок, указывающий на то, что фотон действительно был зарегистрирован. Если же никакого щелчка мы не услышали, то это надо понимать так, что система находится в ортогональном альтернативном состоянии  $|\Psi_N\rangle|\beta'\rangle$  (или только что в него «перескочила»). Одна лишь контрфактуальная возможность – щелчок мог прозвучать, но не прозвучал – вызывает «скачок» состояния из суперпозиции в состояние  $|\Psi_N\rangle|\beta'\rangle$ , причем новое состояние уже не является сцепленным. Его расцепило нулевое измерение.

Характерной особенностью сцепленных состояний является то, что «скачок», сопровождающий процедуру  $R$ , может в данном случае иметь, на первый взгляд, нелокальное (или даже явно ретроактивное) действие, еще более удивительное, чем результат простого нулевого измерения. Такая нелокальность, в частности, имеет место в так называемых ЭПР-эффектах (или феноменах Эйнштейна – Подольского – Розена). Эти эффекты – подлинные квантовые чудеса – можно отнести к наиболее непостижимым  $Z$ -загадкам квантовой теории. Идею подобного парадокса первоначально выдвинул Эйнштейн, желая показать, что формализм квантовой теории не в состоянии дать исчерпывающее описание Вселенной. Впоследствии было предложено множество различных вариантов ЭПР-феноменов (например, магические додекаэдры из §5.3), причем некоторые из них получили прямое экспериментальное подтверждение, т.е. оказались неотъемлемой частью действительного устройства мира, в котором мы живем (см. §5.4).

ЭПР-эффекты возникают в следующего рода ситуациях. Рассмотрим известное начальное состояние  $|\Omega\rangle$  физической системы, которое эволюционирует (согласно  $U$ ) в суперпозицию двух ортогональных состояний, каждое из которых представляет собой произведение двух независимых состояний, описывающих два пространственно разделенных физических компонента системы – т.е.  $|\Omega\rangle$  эволюционирует, скажем, в сцепленное состояние

$$|\psi\rangle|\alpha\rangle + |\phi\rangle|\beta\rangle.$$

Допустим, состояния  $|\psi\rangle$  и  $|\phi\rangle$  – это ортогональные альтернативы для одного компонента системы, а  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  – ортогональные альтернативы для другого компонента. Измерение, устанавливающее в каком из состояний,  $|\psi\rangle$  или  $|\phi\rangle$ , находится первый компонент, тем самым немедленно определяет и соответствующее состояние ( $|\alpha\rangle$  или  $|\beta\rangle$ ) второго компонента.

Пока, кажется, ничего сверхъестественного. Кто-то может даже предположить, что нечто очень похожее мы могли наблюдать в случае с добрым доктором Бертлманом и его носками (§5.4). Коль скоро нам известно, что носки доктора должны быть разного цвета, – и кроме того, мы выяснили, что сегодня он остановил свой выбор, скажем, на зеленом и розовом, – то наблюдение, устанавливающее, что левый носок доктора зеленый (состояние  $|\psi\rangle$ ) или же розовый

(состояние  $|\phi\rangle$ ), немедленно определяет цвет его правого носка – соответственно, розового (состояние  $|\alpha\rangle$ ) или зеленого (состояние  $|\beta\rangle$ ). Как бы то ни было, эффекты квантовой сцепленности могут фундаментально отличаться от вышеописанного, и никакая «бертлманоносочная» трактовка не в состоянии объяснить все наблюдаемые результаты. Серьезные проблемы начинаются тогда, когда компоненты системы могут быть измерены несколькими альтернативными способами.

Проиллюстрируем сказанное примером. Предположим, что начальное состояние  $|\Omega_0\rangle$  описывает спиновое состояние некоторой частицы как спин 0. Частица затем распадается на две новые частицы (каждая со спином  $1/2$ ), которые разлетаются в разные стороны (скажем, влево и вправо), удаляясь на значительное расстояние друг от друга. Из свойств кинетического момента и из закона его сохранения следует, что спины образовавшихся при распаде частиц должны быть ориентированы в противоположном направлении; таким образом, состояние нулевого спина, в которое эволюционирует  $|\Omega_0\rangle$ , имеет вид

$$|\Omega\rangle = |L\uparrow\rangle|R\downarrow\rangle - |L\downarrow\rangle|R\uparrow\rangle,$$

где «L» обозначает частицу, движущуюся влево, а «R» – частицу, движущуюся вправо (знак «минус» появляется согласно стандартному правилу). Допустим, мы решаем провести измерение спина левой частицы на предмет направленности его оси «вверх». Тогда ответ ДА (т.е. обнаружение состояния  $|L\uparrow\rangle$ ) автоматически поместит правую частицу в состояние  $|R\downarrow\rangle$  («спин вниз»). Ответ НЕТ ( $|L\downarrow\rangle$ ) автоматически помещает правую частицу в состояние «спин вверх» ( $|R\uparrow\rangle$ ). Похоже, что измерение частицы «здесь» способно мгновенно повлиять на состояние частицы «там» (причем это «там» может быть очень далеко отсюда) – что, впрочем, ничуть не более удивительно, чем все те же «бертлмановские носки»!

Однако это сцепленное состояние можно представить и иначе; для этого нужно всего лишь выполнить другое измерение. Например, мы могли бы выбрать при измерении спина левой частицы другое направление – не вертикальное, а горизонтальное, т.е. ответ ДА соответствовал бы состоянию, скажем,  $|L\leftarrow\rangle$ , а ответ НЕТ – состоянию  $|L\rightarrow\rangle$ . Путем простого вычисления (см. НРК, с. 283) находим, что то же совокупное состояние  $|\Omega\rangle$  можно записать иначе:

$$|\Omega\rangle = |L\leftarrow\rangle|R\rightarrow\rangle - |L\rightarrow\rangle|R\leftarrow\rangle.$$

Таким образом, ответ ДА при измерении левой частицы автоматически помещает правую частицу в состояние  $|R\rightarrow\rangle$ , а ответ НЕТ – в состояние  $|R\leftarrow\rangle$ . Какое бы направление для измерения спина левой частицы мы ни выбрали, мы получим соответствующий, отличный от прочих, результат.

Что в подобного рода ситуациях замечательно, так это то, что простой выбор направления оси спина левой частицы определяет, судя по всему, направление оси спина правой частицы. Более того, пока не получен результат левого измерения, никакой реальной информации правой частице не передается. Одно лишь «установление направления оси спина» не производит, само по себе, никакого реально наблюдаемого эффекта. Несмотря на то, что сегодня все это хорошо понимают, до сих пор встречаются люди, которые тешат себя надеждой отыскать способ использовать ЭПР-эффект для мгновенной передачи сигналов из одного места в другое; ведь редукция вектора состояния R «редуцирует» квантовое состояние ЭПР-пары частиц мгновенно, вне зависимости от того, какое расстояние их разделяет. Как это ни печально, однако способа передать посредством описанной процедуры сигнал от левой частицы к правой не существует (см. [145]).

Согласно стандартному квантовомеханическому формализму всё, действительно, так и выглядит: немедленно по выполнении измерения, скажем, левой частицы происходит редукция полного состояния системы – из начального сцепленного состояния (где ни одна частица в отдельности определенного спинового состояния не имеет) в состояние, при котором левое состояние «расцепляется» с правым, а оба спина приобретают вполне определенное значение. В математическом описании в терминах вектора состояния измерение слева и в самом деле производит на правую частицу мгновенное воздействие. Но, как я уже говорил, передать посредством такого «мгновенного воздействия» физический сигнал, увы, невозможно.

Согласно принципам теории относительности, физические сигналы (т.е. всё, что способно передавать реальную информацию) неизбежно ограничены в своем распространении скоростью света: они могут распространяться медленнее, но быстрее – никогда. Однако для ЭПР-эффектов такое рассмотрение не годится. Представление об ЭПР-эффектах как о конечных сигналах, распространение которых ограничено скоростью света, противоречит всем предсказаниям

квантовой теории. (Это обстоятельство хорошо иллюстрируется примером с магическими додекаэдрами – сцепленность между моим додекаэдром и додекаэдром моего коллеги гарантирует их мгновенное взаимодействие, и нет необходимости ждать четыре года, которые затратит на преодоление расстояния между нами световой сигнал; см. §5.3, §5.4, а также примечание 4 в конце главы.<sup>31</sup>) Следовательно, ЭПР-эффекты не могут быть сигналами в обычном смысле этого слова.

Как же в таком случае объяснить тот факт, что ЭПР-эффекты способны-таки повлечь за собой вполне наблюдаемые последствия? То, что они способны, следует, например, из знаменитой теоремы Джона Белла (см. §5.4). Совместные вероятности, предсказываемые квантовой теорией для различных возможных измерений состояния двух частиц со спином  $\frac{1}{2}$  (с независимым выбором направления оси спина левой и правой частицы), невозможно получить ни в какой классической модели несообщающихся левого и правого объектов. (Такого рода примеры описаны и в НРК, с. 284–285 и 301.) Магические додекаэдры из §5.3 дают еще более сильный эффект – здесь речь идет уже не просто о вероятностях, но о вполне точных «да/нет» ограничениях. Таким образом, хотя левая и правая частицы не сообщаются друг с другом в смысле реальной возможности мгновенной передачи сообщений от одного к другому, они, тем не менее, остаются сцепленными в том смысле, что их нельзя рассматривать как отдельные независимые объекты, – до того момента, пока их окончательно не расцепит измерение. Квантовая сцепленность – это загадочный феномен, находящийся где-то между прямым сообщением и полным разделением и не имеющий классического аналога. Более того, эффект сцепленности не ослабевает с увеличением расстояния между объектами (в отличие, скажем, от гравитационного или электрического притяжения, величина которого обратно пропорциональна этому самому расстоянию). Эйнштейна это свойство сцепленности крайне нервировало, он называл его «жутковатым действием на расстоянии» (см. [259]).

Квантовая сцепленность не обращает никакого внимания не только на разделенность в пространстве, но и на разделенность во времени. Если измерение одного из компонентов ЭПР-пары выполнено прежде такого же измерения другого компонента, то в обычном квантовомеханическом описании считается, как правило, что расцепленность пары явилась результатом именно первого измерения; второе же измерение «захватывает» уже только один, расцепленный, компонент – собственно тот, над которым оно производится. Однако в точности такие же наблюдаемые результаты мы получим, если допустим, что второе измерение каким-то образом ретроактивно вызвало расцепление, оставив первое в стороне. Окончательный результат не зависит от порядка выполнения измерений – иначе говоря, измерения коммутируют (см. §5.14).

Такая симметрия является необходимым свойством ЭПР-измерений – в противном случае, они противоречили бы наблюдаемым результатам специальной теории относительности. Измерения, производимые над пространственноподобно разделенными событиями (например, событиями, находящимися вне световых конусов друг друга; см. рис. 5.25 и объяснение, приведенное в §4.4), неминуемо должны коммутировать – при этом и в самом деле абсолютно неважно, какое именно измерение мы будем полагать «первым», – согласно незыблемым принципам специальной теории относительности. Для того, чтобы в этом убедиться, предположим, что вся эта физическая ситуация описывается с точек зрения двух разных наблюдателей, движущихся каждый в своей системе отсчета (см. рис. 5.26, а также НРК, с. 287). (Эти «наблюдатели» вовсе не обязаны иметь какое бы то ни было отношение к тем, кто выполняет измерения.) В представленной ситуации наблюдатели получают совершенно противоположные представления о том, какое измерение было в действительности выполнено «первым». В отношении измерений ЭПР-типа, феномен квантовой сцепленности – или, если угодно, расцепленности<sup>32</sup> – не знает ни разделенности в пространстве, ни последовательности во времени!

<sup>31</sup> В.Э.: У меня помечено выше в этом томе как \*4.

<sup>32</sup> Можно привести примеры [393], когда сцепленность пары частиц сама может оказаться компонентом сцепленной пары!



Рис. 5.25. Два события в пространстве-времени называются пространственноподобно разделенными, если каждое из них находится вне светового конуса другого (см. также рис. 4.1, с. 349). В этом случае события не могут оказывать друг на друга никакого причинно-следственного воздействия, следовательно, измерения, производимые над этими событиями, должны коммутировать.

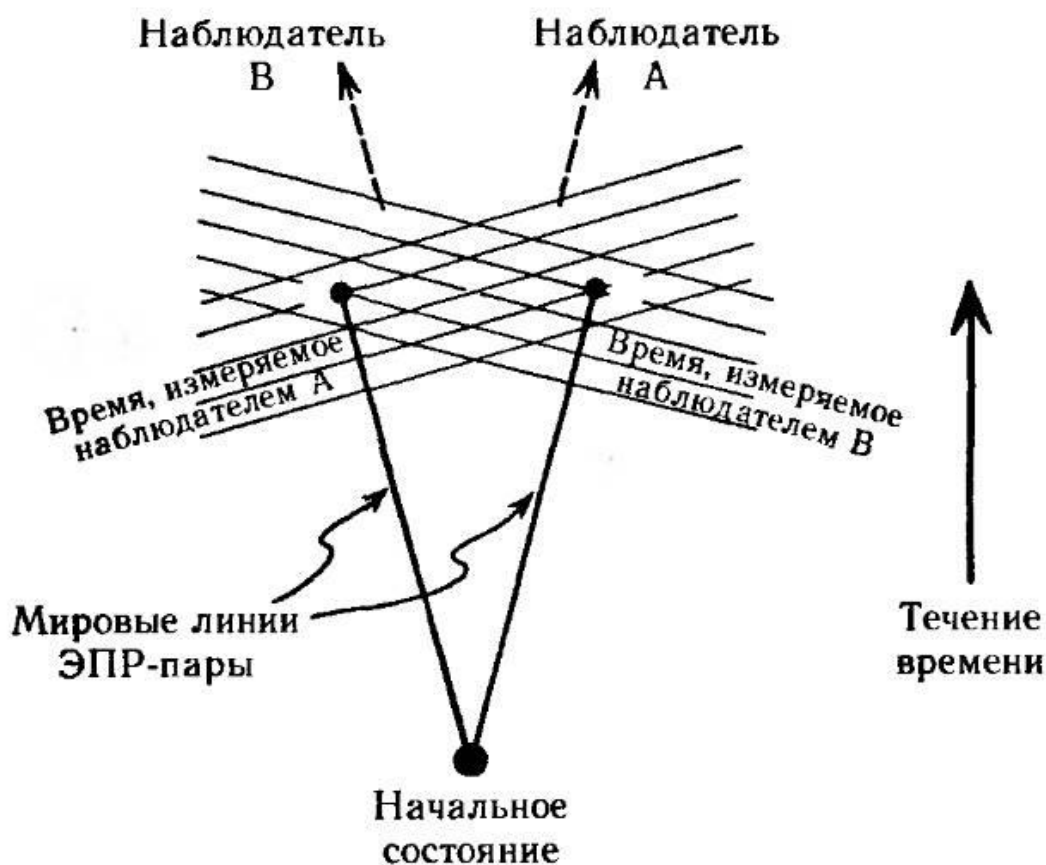


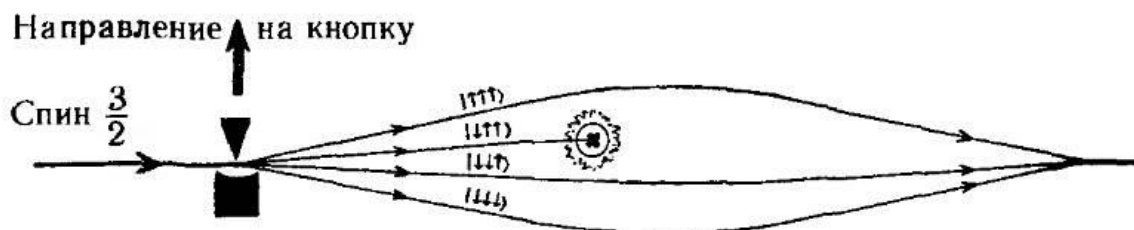
Рис. 5.26. Согласно специальной теории относительности, наблюдатели А и В, движущиеся относительно друг друга, получают различные представления о том, какое из двух пространственноподобно разделенных событий Р и Q произошло первым (наблюдатель А полагает, что первым было событие Q, а наблюдатель В уверен, что событие Р).

### §5.18. Объяснение загадки магических додекаэдров

Для ЭПР-пары частиц со спином  $\frac{1}{2}$  эта пространственная или временная нелокальность проявляется исключительно в виде вероятностей. Однако на деле феномен квантовой сцепленности вероятностями не ограничивается – он гораздо более конкретен и точен.



Магические додекаэдры (и кое-какие более ранние конфигурации<sup>33</sup> убедительно показывают, что странная нелокальность квантовой сцепленности не только порождает вероятности, но и является причиной вполне определенных «да/нет»-эффектов, которые никакими классическими построениями объяснить невозможно.



**Рис. 5.27.** «Квинтэссенциальные Товары» устроили всё таким образом, что при нажатии на кнопку в одной из вершин додекаэдра выполняется измерение спина атома со спином  $3/2$  в направлении на кнопку (какое направление принимается за направление «вверх»). Если при этом измерении обнаруживается состояние  $|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$ , то звенит звонок (результат ДА). Если получен результат НЕТ, лучи сводятся вместе, и измерение повторяется в каком-либо другом направлении.

Попытаемся разобраться в квантовой механике феномена магических додекаэдров из §5.3. Вспомним, что «Квинтэссенциальные Товары», там, у себя, на Бетельгейзе, взяли систему с общим спином 0 (начальное состояние  $|\Omega\rangle$ ), разделили ее на два атома (каждый со спином  $3/2$ ) и подвесили аккуратно каждый атом в центр додекаэдра. Додекаэдры затем тщательно упаковали и отправили почтой (один – мне, а другой – моему коллеге в систему альфы Центавра), обеспечив при этом полную неизменность спиновых состояний этих самых атомов до тех пор, пока кто-то из нас не выполнит, наконец, измерение спина, нажав на одну из кнопок, размещенных в вершинах додекаэдров. Дело в том, что нажатие на кнопку активирует (скажем, с помощью неоднородного магнитного поля, упомянутого в §5.10) измерение (типа измерения Штерна–Герлаха) атома, расположенного в центре соответствующего додекаэдра, – а возможных результатов измерения частицы со спином  $3/2$ , как нам известно, всего четыре, и они соответствуют (в случае, если измерительное устройство сориентировано вертикально) четырем взаимно ортогональным состояниям:  $|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$ ,  $|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$ ,  $|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\downarrow\downarrow\rangle$ . Различаются эти состояния по местоположению атома после прохождения через устройство в одном из четырех возможных лучей. Однако «Квинтэссенциальные Товары» устроили всё таким образом, что при нажатии на любую кнопку измерительное устройство непременно оказывается сориентировано в направлении (от центра додекаэдра) на эту самую кнопку. Звонок звенит (результат ДА), если атом при измерении обнаруживается во втором из четырех возможных местоположений (см. рис. 5.27). Иначе говоря, ответ ДА (для случая, когда устройство ориентировано вертикально) вызывается состоянием  $|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$  – звенит звонок, за которым следует впечатляющий фейерверк, – остальные три состояния никакой реакции не вызывают (ответ НЕТ). В случае ответа НЕТ три оставшиеся луча сводятся вместе (скажем, посредством изменения направленности неоднородного магнитного поля на обратную), что не сопровождается никакими разрушительными эффектами, – и мы снова можем нажимать на какую-нибудь другую кнопку, выбирая тем самым новое направление изменения поля. Отметим тот факт, что каждое нажатие кнопки является, по сути своей, примитивным измерением, согласно определению этого термина, данному в §5.13.

Общее состояние  $|\Omega\rangle$  нашей системы из двух атомов со спином  $3/2$  можно записать следующим образом:

$$|\Omega\rangle = |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle|\downarrow\downarrow\downarrow\rangle - |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle.$$

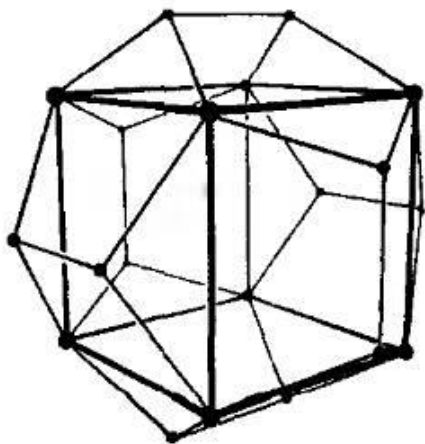
Будем считать мой атом правым; в этом случае, если я обнаруживаю, что он действительно находится в состоянии  $|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$ , поскольку звонок звенит при моем первом нажатии на верхнюю кнопку, то звонок додекаэдра моего коллеги должен зазвенеть, если тому случится нажать первой кнопкой, противоположную моей, т.е. состояние его атома  $|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle$ . Более того, если при нажатии

<sup>33</sup> См., например, [225], а также ссылки, перечисленные в примечании 6 (у меня отмечено как \*6 – В.Э.).

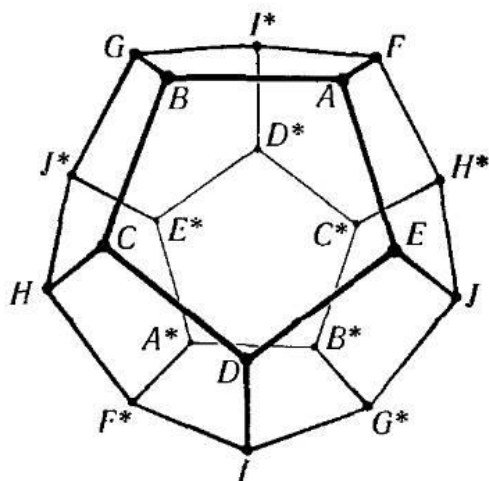
первой кнопки мой звонок не зазвенит, то не зазвенит и его звонок при нажатии противоположной кнопки.

Теперь необходимо убедиться, что при таких примитивных «кнопочных» измерениях действительно выполняются гарантируемые «Квинтэссенциальными Товарами» свойства (а) и (б). В Приложении С приведены некоторые математические подробности предложенного Майораной описания спиновых состояний (в частности, для спина  $3/2$ ), вполне достаточные для какого угодно доказательства. Для упрощения рассуждений представим себе, что сфера Римана проходит через все вершины рассматриваемого додекаэдра, т.е. описывает додекаэдр. Отметим далее, что в описании Майораны ДА-состояние для нажатия кнопки в некоторой вершине  $P$  додекаэдра включает в себя дважды саму точку  $P$ , а также точку  $P^*$ , антиподальную  $P$ , – что и в самом деле соответствует состоянию  $|R\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$ , если точка  $P$  находится на северном полюсе додекаэдра. Иначе говоря, это ДА-состояние мы можем обозначить через  $|P^*PP\rangle$ .

Ключевым свойством спина  $3/2$  является то, что ДА-состояния для примитивных измерений, соответствующих нажатиям на кнопки при двух «следующих соседних» вершинах, ортогональны. В чем тут причина? Покажем, что майорановы состояния  $|A^*AA\rangle$  и  $|C^*CC\rangle$  действительно ортогональны для любых следующих соседних вершин  $A$  и  $C$  додекаэдра. Как видно из рис. 5.28, следующими соседними являются вершины додекаэдра, совпадающие с соседними вершинами куба, вписанного в додекаэдр и имеющего с ним общие центр и восемь вершин. Согласно Приложению С (последний абзац, с. 473), состояния  $|A^*AA\rangle$  и  $|C^*CC\rangle$  ортогональны, если вершины  $A$  и  $C$  являются соседними вершинами куба, так что свойство можно считать доказанным.



**Рис. 5.28.** Внутри правильного додекаэдра можно поместить куб, который будет иметь общие с додекаэдром центр и восемь (из двадцати) вершин. Отметим, что соседние вершины куба являются следующими соседними вершинами додекаэдра.



**Рис. 5.29.** Обозначение вершин додекаэдра, используемое в §5.18 и Приложении В (с. 467).

О чем это нам говорит? В частности, о том, что нажатия кнопок при трех вершинах додекаэдра, соседних с **ВЫБРАННОЙ** вершиной представляют собой коммутирующие измерения (§5.14), поскольку по отношению друг к другу эти вершины являются следующими соседними. Таким образом, порядок, в котором я буду на них нажимать, никак не повлияет на исход дела. Не имеет никакого значения и то, в каком порядке будет нажимать на кнопки своего додекаэдра мой коллега на альфе Центавра. Если его **ВЫБРАННОЙ** вершиной является вершина, противоположная моей, то противоположны моим и три коммутирующие кнопки его додекаэдра. Согласно всему вышесказанному, мой и его звонки должны зазвенеть при нажатии нами на противоположные кнопки независимо от того, в каком порядке каждый из нас нажимает на кнопки своего додекаэдра, – либо ни мой, ни его звонок не зазвенит вообще. Свойство (а) доказано.

Перейдем к свойству (б). Отметим, что гильбертово пространство для спина  $3/2$  четырёхмерно, так что три взаимно ортогональных возможных нажатия, при которых звонок мог

бы зазвенеть – скажем, те, которым соответствуют состояния  $|A^*AA\rangle$ ,  $|C^*CC\rangle$  и  $|G^*GG\rangle$  (в качестве ВЫБРАННОЙ возьмем вершину В), – не вполне исчерпывают всех возможных альтернативных исходов. Остается еще вариант, когда не «звенит» ни одна из этих кнопок, в результате чего мы имеем нулевое измерение (все три кнопки были нажаты, а звонок не прозвенел), т.е. перед нами еще одно состояние (уникальное), ортогональное остальным трем  $|A^*AA\rangle$ ,  $|C^*CC\rangle$ ,  $|G^*GG\rangle$ . Обозначим это состояние через  $|RST\rangle$ , где R, S и T – точки на сфере Римана, необходимые для описания состояния по Майоране. Установить действительное расположение этих трех точек – задача далеко не тривиальная (но вполне решаемая, см. [395]). Впрочем, в настоящий момент нам абсолютно неважно, где именно они располагаются. Достаточно знать, что они где-то на сфере Римана и что их расположение определяется геометрией додекаэдра относительно ВЫБРАННОЙ вершины В. Так, в частности (благодаря симметричности додекаэдра), возьми я в качестве ВЫБРАННОЙ вместо В антиподальную ей вершину  $V^*$ , тогда результатом отсутствия звонка при нажатии всех кнопок при соседних с  $V^*$  вершинах  $A^*$ ,  $C^*$  и  $G^*$  стало бы состояние  $|R^*S^*T^*\rangle$ , где  $R^*$ ,  $S^*$  и  $T^*$  – точки, антиподальные точкам R, S и T.

Предположим теперь, что мой коллега ВЫБИРАЕТ на своем додекаэдре вершину В, в точности соответствующую той вершине В, что ВЫБРАЛ на своем додекаэдре я. Если при этом его звонок не звенит при нажатии любой из трех его кнопок при вершинах А, С и G, соседних с В, то его измерения (коммутирующие) неизбежно вынуждают мой атом перейти в состояние, ортогональное трем состояниям, соответствующим нажатиям на кнопки при противоположных вершинах  $A^*$ ,  $C^*$  и  $G^*$  моего додекаэдра, т.е. в состоянии  $|R^*S^*T^*\rangle$ . Если же мой звонок также не звенит, когда я нажимаю на кнопки при вершинах А, С и G моего додекаэдра, то мой атом должен находиться в состоянии  $|RST\rangle$ . Однако, согласно свойству С.1 из Приложения С (с. 471), состояние  $|RST\rangle$  ортогонально состоянию  $|R^*S^*T^*\rangle$ ; следовательно, невозможно нажать все шесть кнопок без того, чтобы не зазвенел звонок, т.е. свойство (б) также можно считать доказанным.

Вышесказанное объясняет, каким образом «Квинтэссенциальным Товарам» удастся, используя феномен квантовой сцепленности, гарантировать наличие у додекаэдров свойств (а) и (б). Как было показано в §5.3, если бы наши додекаэдры вели себя как независимые объекты, из этого немедленно последовали бы «раскрасочные» свойства (в), (г) и (д), что, в свою очередь, привело бы к неразрешимой проблеме раскрашиваемости вершин (каковая неразрешимость явно продемонстрирована в Приложении В, с. 467). Таким образом, то, чего ухитрились добиться с помощью квантовой сцепленности «Квинтэссенциальные товары», было бы просто-напросто невозможно, оказались бы магические додекаэдры по выходе за ворота фабрики «Квинтэссенциальных Товаров» действительно независимыми объектами, никак не связанными между собой. Квантовая сцепленность – это не просто досадная морока, не позволяющая нам с легким сердцем игнорировать вероятностные эффекты внешнего окружения на физическую ситуацию. Когда ее влияние удастся должным образом обособить, перед нами возникает феномен, точно описываемый математически и зачастую обладающий четкой геометрической организацией.

Предсказания квантовомеханического формализма нельзя описать в терминах объектов, рассматриваемых отдельно один от другого. Феномены квантовой сцепленности невозможно, в общем случае, объяснить рассуждениями «бертлмано-носочного» типа. Следуя правилам стандартной квантовомеханической эволюции – нашей процедуры U, – мы приходим к заключению, что «сцепленные» этим диковинным образом объекты остаются сцепленными вне зависимости от того, на какое расстояние им случится удалиться друг от друга. Сцепленность эту может разрушить только процедура R. Однако «реальна» ли процедура R? Если нет, то сцепленность никуда не исчезает, она остается навечно, пусть и скрытая от наших глаз чрезвычайной сложностью реального мира.

Означает ли это, что всё во Вселенной сцеплено со всем? Как уже было отмечено ранее (см. §5.17), феномен квантовой сцепленности не похож на феномены, рассматриваемые классической физикой, где интенсивность действия неминуемо убывает на расстоянии, благодаря чему объяснение поведения объектов в лаборатории на Земле не требует от нас знания того, что происходит в данный момент в галактике Туманность Андромеды. Квантовая же сцепленность представляется на первый взгляд как раз тем самым «жутковатым действием на расстоянии», столь раздражавшим Эйнштейна. Однако «действие» это чрезвычайно тонкого рода, и его невозможно использовать для реальной передачи сообщений.

Несмотря на то, что прямого сообщения с ее помощью осуществить не удастся, потенциальные дистанционные («жутковатые») эффекты квантовой сцепленности игнорировать нельзя. Коль скоро сцепленность не разрушается, мы, строго говоря, не можем полагать отдельным и независимым ни один объект во Вселенной. Складывающееся в результате в физической теории положение дел представляется мне весьма далеким от удовлетворительного. Никто не может по-настоящему объяснить, не выходя за рамки стандартной теории, почему на практике сцепленность можно-таки не принимать в расчет. Почему нам вовсе не обязательно представлять Вселенную в виде единого целого, такого невероятно сложного квантосцепленного спутанного клубка, не имеющего ничего общего с тем классическим по виду миром, который мы в реальности наблюдаем? На практике квантовые сцепленности разрушаются то и дело применяемой процедурой редукции R, что небезуспешно проделали и мы с коллегой, выполнив измерения над сцепленными атомами, помещенными внутрь наших додекаэдров. Является ли, в таком случае, эта самая редукция R реальным физическим процессом? Иными словами, действительно ли R, в том или ином смысле, разрушает квантовые сцепления? Или это надо понимать просто как фигуру речи, призванную обозначить некое иллюзорное действие?

В следующей главе мы попытаемся ответить на эти каверзные вопросы. Я убежден, что именно они являются центральными в нашем поиске места невычислимости в физических процессах.

### ***Приложение В: Нераскрашиваемость додекаэдра***

Напомним условие задачи, поставленной в §5.3. Предлагается показать, что невозможно раскрасить все вершины додекаэдра в БЕЛЫЙ и ЧЕРНЫЙ цвета, соблюдая следующие условия: две «следующие соседние» вершины не могут обе быть БЕЛЫМИ, а шесть вершин, соседних с двумя противоположными (антиподальными) вершинами, не могут быть все ЧЕРНЫМИ. При исключении возможных вариантов раскраски чрезвычайно полезной оказывается симметричность додекаэдра.

Обозначим вершины, как указано на рис. 5.29. Вершины A, B, C, D и E образуют ближайшую к нам пятиугольную грань додекаэдра; дальше, в том же порядке, следуют соседние с ними вершины F, G, H, I и J. Как и в §5.18, соответствующие антиподальные вершины обозначены через A\*, ..., J\*. Для начала отметим, что, согласно второму свойству условия, среди вершин додекаэдра хотя бы одна должна быть БЕЛОЙ – пусть это будет A.

Предположим теперь, что среди непосредственных соседей БЕЛОЙ вершины A имеется еще одна БЕЛАЯ вершина – скажем, B (см. рис. 5.29). тогда все десять вершин, окружающие эту пару, – C, D, E, J, H\*, F, I\*, G, J\* и H – должны быть ЧЕРНЫМИ, так как каждая из них является следующей соседней по отношению либо к A, либо к B. Далее, возьмем шесть вершин, соседних с вершинами из антиподальной пары H, H\*. В этой шестерке должна быть хотя бы одна БЕЛАЯ вершина, значит, БЕЛОЙ будет либо F\*, либо C\* (или обе сразу). Прделав ту же процедуру с парой J, J\*, приходим к выводу, что здесь БЕЛОЙ должна быть либо вершина G\*, либо E\* (или, опять же, обе сразу). Но это невозможно! И G\*, и E\* являются следующими соседними по отношению как к F\*, так и к C\*. Следовательно, вариант, когда у БЕЛОЙ вершины A имеется БЕЛЫЙ же непосредственный сосед, исключается – в самом деле, ввиду симметричности додекаэдра, невозможной оказывается любая пара соседних БЕЛЫХ вершин.

Таким образом, вершина A должна быть окружена исключительно ЧЕРНЫМИ вершинами B, C, D, E, J, H\*, F, I\* и G, поскольку каждая из этих вершин является по отношению к A либо соседней, либо следующей соседней. Обратим наше внимание на шесть вершин, соседних с вершинами из антиподальной пары A, A\*. Очевидно, что одна из вершин B\*, E\* или F\* должна быть БЕЛОЙ, причем, в силу симметричности додекаэдра, неважно, какая именно, – пусть будет F\*. Отметим, что вершины E\* и G\* являются следующими соседними по отношению к F\*, значит, они обе должны быть ЧЕРНЫМИ; ЧЕРНОЙ должна быть и вершина H, поскольку она соседствует с F\*, а мы только что исключили возможность существования соседних БЕЛЫХ вершин. Однако так раскрашивать вершины нельзя, потому что при этом все соседи антиподальных вершин J, J\* оказываются ЧЕРНЫМИ. Вот, собственно, и всё доказательство – в классическом мире магические додекаэдры невозможны!

### Приложение С: Ортогональность общих спиновых состояний

Предложенное Майораной обобщенное описание спиновых состояний не пользуется широкой известностью среди физиков, хотя оно весьма удобно и геометрически наглядно. Я расскажу здесь вкратце об основных формулах и о некоторых их геометрических приложениях. Мы, в частности, получим необходимые для рассуждения в §5.18 отношения ортогональности, определяющие геометрию магических додекаэдров. Мои описания существенно отличаются от тех, что первоначально сформулировал Майорана [252], приближаясь, скорее, к описаниям, данным в [299] и [396].

Идея заключается в том, что берется неупорядоченное множество из  $n$  точек на сфере Римана, каковые точки рассматриваются как корни комплексного полинома степени  $n$ , коэффициенты которого, в свою очередь, используются в качестве координат  $(n + 1)$ -мерного гильбертова пространства спиновых состояний (массивной) частицы со спином  $\frac{1}{2} n$ . Как и в §5.10, основными состояниями будем считать различные возможные результаты измерения спина в вертикальном направлении; представим эти состояния в виде одночленов (добавив соответствующие нормирующие множители, чтобы сохранить единичную длину векторов состояний):

$$\begin{aligned}
 |\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \dots \uparrow\uparrow\rangle & \quad - \quad x^n \\
 |\downarrow\uparrow\uparrow\uparrow \dots \uparrow\uparrow\rangle & \quad - \quad n^{1/2}x^{n-1} \\
 |\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow \dots \uparrow\uparrow\rangle & \quad - \quad \{n(n-1)/2!\}^{1/2}x^{n-2} \\
 |\downarrow\downarrow\downarrow\uparrow \dots \uparrow\uparrow\rangle & \quad - \quad \{n(n-1)(n-2)/3!\}^{1/2}x^{n-3} \\
 & \quad \dots \\
 |\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \dots \downarrow\uparrow\rangle & \quad - \quad n^{1/2}x \\
 |\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \dots \downarrow\downarrow\rangle & \quad - \quad 1.
 \end{aligned}$$

(Выражения в фигурных скобках – биномиальные коэффициенты.) Таким образом, общее состояние спина  $\frac{1}{2} n$ ,

$$z_0|\uparrow\uparrow\uparrow \dots \uparrow\rangle + z_1|\downarrow\uparrow\uparrow \dots \uparrow\rangle + z_2|\downarrow\downarrow\uparrow \dots \uparrow\rangle + z_3|\downarrow\downarrow\downarrow \dots \uparrow\rangle + \dots + z_n|\downarrow\downarrow\downarrow \dots \downarrow\rangle,$$

представляется в виде полинома

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n,$$

где

$$a_0 = z_0, \quad a_1 = n^{1/2}z_1, \quad a_2 = \{n(n-1)/2!\}^{1/2}z_2, \quad \dots \quad a_n = z_n.$$

Корням  $x = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  полинома  $p(x) = 0$  соответствуют  $n$  точек на сфере Римана, определяющие описание Майораны. Допускается и майоранова точка, задаваемая корнем  $x = \infty$ , – южный полюс сферы, – это происходит, когда степень полинома  $P(x)$  оказывается меньше  $n$  на величину, определяемую кратностью этой точки.

Вращение сферы осуществляется посредством следующего преобразования: сначала выполняем замену

$$x \mapsto (\lambda x - \mu)(\bar{\mu}x + \bar{\lambda})^{-1}$$

(где  $\lambda\bar{\lambda} + \mu\bar{\mu} = 1$ ), а затем избавляемся от знаменателей, умножив всё выражение на  $(\underline{\mu}x + \bar{\lambda})^n$ . Таким образом, можно получить полиномы, соответствующие результатам измерений (скажем, с помощью установки Штерна–Герлаха) спина в произвольно выбранном направлении, что дает выражения вида

$$c(\lambda x - \mu)^p(\bar{\mu}x + \bar{\lambda})^{n-p}.$$

Точки, задаваемые отношениями  $\mu/\lambda$  и  $\underline{\mu}/\bar{\lambda}$ , являются антиподальными на сфере Римана и соответствуют направлению измерения спина и направлению, противоположному ему. (Это предполагает некий подходящий выбор фаз для состояний  $|\uparrow\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\uparrow\dots\uparrow\rangle, \dots$ ,

$\{\downarrow\downarrow\downarrow\dots\downarrow\}$ . Вышеупомянутые свойства и их детальное обоснование удобнее всего рассматривать в терминах 2-спинорного формализма. За подробностями отсылаю читателя к [301], с. 162 и §4.15.<sup>34</sup> Общее состояние спина  $\frac{1}{2}n$  описывается там через симметрический  $n$ -валентный спинор, при этом майораново описание выводится из канонического разложения спинора на симметризованное произведение спиновых векторов.)

Для любой точки  $a$  на сфере Римана антиподальной является точка  $-1/\underline{a}$ . Таким образом, если отразить все майорановы точки, являющиеся корнями полинома

$$a(x) \equiv a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n,$$

относительно центра сферы, то мы получим корни полинома

$$a^*(x) \equiv \bar{a}_n - \bar{a}_{n-1}x + \bar{a}_{n-2}x^2 - \dots - (-1)^n \bar{a}_1 x^{n-1} + (-1)^n \bar{a}_0 x^n.$$

Пусть состояния  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  заданы, соответственно, полиномами  $a(x)$  и  $b(x)$ , где

$$b(x) \equiv b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_{n-1}x^{n-1} + b_nx^n,$$

тогда их скалярное произведение имеет вид

$$\langle\beta|\alpha\rangle = \bar{b}_0 a_0 + \frac{1}{n} \bar{b}_1 a_1 + \frac{2!}{n(n-1)} \bar{b}_2 a_2 + \frac{3!}{n(n-1)(n-2)} \bar{b}_3 a_3 + \dots + \bar{b}_n a_n.$$

Это выражение инвариантно относительно вращений сферы, что можно непосредственно доказать, используя вышеприведенные формулы.

Применим полученное выражение для скалярного произведения к конкретному случаю  $b(x) = a^*(x)$ , т.е. к случаю двух состояний, майораново описание одного из которых состоит исключительно из точек, антиподальных точкам, составляющим майораново описание другого. Их скалярное произведение равно (с точностью до знака)

$$a_0 a_n - \frac{1}{n} a_1 a_{n-1} + \frac{2!}{n(n-1)} a_2 a_{n-2} - \dots - (-1)^n \frac{1}{n} a_{n-1} a_1 + (-1)^n a_n a_0.$$

Нетрудно заметить, что при отрицательном  $n$  все члены выражения взаимно уничтожаются, а значит, можно сформулировать следующую теорему (напомним, что состояние, майораново описание которого имеет вид, скажем,  $P, Q, \dots, S$ , обозначается через  $|PQ\dots S\rangle$ ; точка, антиподальная  $X$ , обозначается  $X^*$ ):

C.1 Если  $n$  нечетно, то состояние  $|PQR\dots T\rangle$  ортогонально состоянию  $|P^*Q^*R^*\dots T^*\rangle$ .

Из общего выражения для скалярного произведения можно вывести еще два свойства:

C.2 Состояние  $|PPP\dots P\rangle$  ортогонально любому из состояний  $|P^*AB\dots D\rangle$ .

C.3 Состояние  $|QPP\dots P\rangle$  ортогонально состоянию  $|ABC\dots E\rangle$  в тех случаях, когда стереографическая проекция (из  $P^*$ ) точки  $Q^*$  совпадает с центром тяжести множества стереографических проекций (из  $P^*$ ) точек  $A, B, C, \dots, E$ .

(Центром тяжести множества точек называют центр тяжести совокупности равных точечных масс, размещенных в этих точках. О стереографических проекциях мы говорили в §5.10, рис. 5.19.) Для доказательства C.3 развернем сферу так, чтобы точка  $P^*$  стала ее южным полюсом. Тогда состоянию  $|QPP\dots P\rangle$  соответствует полином  $x^{n-1}(x - \chi)$ , где  $\chi$  определяет точку  $Q$  на сфере Римана. Вычислив скалярное произведение этого состояния с состоянием, представленным полиномом  $(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3)\dots(x - \alpha_n)$ , майораново описание которого составляют корни  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ , находим, что это произведение обращается в нуль, когда

$$1 + n^{-1} \bar{\chi} (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n) = 0,$$

т.е. когда  $-1/\underline{\chi}$  равно  $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n) / n$ , иначе говоря, когда точка  $-1/\underline{\chi}$  является центром тяжести (на комплексной плоскости) множества точек  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ . Что и доказывает свойство C.3. Для того, чтобы доказать C.2, поместим в южный полюс точку  $P$ . Тогда состоянию  $|PPP\dots P\rangle$  соответствует постоянная величина, 1. Если рассматривать ее как полином степени  $n$ , то соответствующее скалярное произведение обращается в нуль, когда

$$\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n = 0,$$

т.е. когда хотя бы одна точка из множества  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  равна 0 или, что то же самое, совпадает с северным полюсом сферы – в данном случае, с точкой  $P^*$ . Что, собственно, и требовалось доказать.

<sup>34</sup> В.Э.: Видимо, это параграф Той книги Пенроуза и Риндлера.

Свойство С.2 позволяет интерпретировать майорановы точки в физическом смысле. Исходя из него, можно предположить, что эти точки определяют направления, измерение (типа измерения Штерна–Герлаха) спина в которых дает нулевую вероятность того, что полученное в результате измерения направление оси спина окажется диаметрально противоположным тому направлению, в котором это измерение выполнялось (см. НРК, с. 273). Кроме того, из С.2 можно вывести свойство для частного случая: если спин равен  $\frac{1}{2}$  ( $n = 1$ ), то ортогональными являются исключительно те состояния, майорановы точки которых антиподальны. Свойство С.3 позволяет получить общую геометрическую интерпретацию ортогональности в случае спина  $3/2$  ( $n = 2$ ). Примечателен частный случай, когда имеются два состояния, представленные в виде двух пар антиподальных точек, причем прямые, соединяющие эти точки, пересекаются в центре сферы под прямым углом. В случае спина  $3/2$  ( $n = 3$ ) свойства С.3 (с некоторой оглядкой на С.1) вполне достаточно для подкрепления объяснений, предложенных в §5.18. Геометрическую интерпретацию ортогональности в общем случае я здесь давать не буду; может быть, как-нибудь в другой раз.)

Упомянутое в §5.18 частное следствие из С.3 относится к частному случаю, когда P и Q являются соседними вершинами куба, вписанного в сферу Римана, т.е. PQ и Q\*P\* – противоположные ребра этого куба. Длина отрезка PQ\* (или QP\*) равна длине PQ (или P\*Q\*), умноженной на  $\sqrt{2}$ . Посредством несложных геометрических рассуждений можно показать, что состояния  $|P^*PP\rangle$  и  $|Q^*QQ\rangle$  ортогональны.

## Глава 6. Квантовая теория и реальность

### §6.1. Является ли R реальным процессом?

В предыдущей главе мы сделали попытку понять и принять головоломные Z-загадки квантовой теории. Не все эти феномены получили на настоящий момент экспериментальное подтверждение – например, квантовая сцепленность на расстоянии нескольких световых лет,<sup>35</sup> – и тем не менее, уже накопленных экспериментальных данных, свидетельствующих о существовании такого рода эффектов, вполне достаточно, чтобы убедиться в том, что Z-загадки и в самом деле следует принимать всерьез, поскольку они отражают истинные аспекты поведения самых разных объектов, составляющих тот мир, в котором мы живем.

Процессы, протекающие в нашем физическом мире на квантовом уровне, действительно не поддаются интуитивному осмыслению и во многом совершенно отличны от «классического» поведения, которое мы наблюдаем на более привычном уровне восприятия. Эффекты квантовой сцепленности на расстоянии нескольких метров являются неотъемлемой частью квантового поведения окружающих нас объектов – по крайней мере, это справедливо для объектов квантового уровня (таких, как электроны, фотоны, атомы и молекулы). Контраст между этим странным квантовым поведением «микроскопических» объектов (пусть и разделенных вполне макроскопическим расстоянием) и более привычным классическим поведением объектов «больших» лежит в основе проблемы X-загадок квантовой теории. Может ли, в самом деле, один физический закон выступать в двух различных ипостасях – каждая для «своего» уровня феноменов?

Такое предположение несколько расходится с тем, что мы обычно ожидаем от физического закона. Одним из величайших достижений физики семнадцатого века стала динамика Галилея–Ньютона, согласно которой движение небесных тел подчиняется в точности тем же законам, что управляют движением объектов у нас дома, на Земле. Со времен древних греков (или еще более ранних) ученые полагали, что в небе должны действовать одни законы, а на Земле – другие. Галилей же с Ньютоном смогли показать, что законы одни и те же, различия исключительно в масштабе – фундаментальное прозрение, роль которого в развитии науки переоценить невозможно. Тем не менее (как указывает профессор Иэн Персивал из Лондонского университета), в отношении квантовой теории мы, похоже, решили перенять образ мышления древних греков – один набор законов у нас работает на классическом уровне, а другим, совершенно на первый непохожим, мы пользуемся для описания процессов на квантовом уровне. Я придерживаюсь мнения – и это мнение разделяет, если можно так выразиться, весьма представительное меньшинство физиков, – что такое состояние научной мысли является не чем иным, как временным ступором, и можно предположить, что отыскание соответствующих квантово-классических законов, действующих единообразно на всех уровнях феноменов, возвестит научный прорыв, сравнимый по масштабу с тем, у истоков которого стояли Галилей и Ньютон.

Читатель, впрочем, может вполне резонно поинтересоваться, действительно ли та картина, которую дает стандартная квантовая теория для феноменов квантового уровня, не годится для объяснения и классических феноменов. Я убежден, что нет; однако многие склонны это мое убеждение оспаривать, утверждая, что поведение больших или сложных (в некотором смысле) физических систем, каждый из компонентов которых действует в полном согласии с законами квантового уровня, в сущности совпадает с поведением классических объектов (если и не абсолютно, то с очень высокой степенью точности). Попробуем для начала выяснить, можно ли счесть это утверждение – суть которого заключается в том, что наблюдаемое «классическое» поведение макроскопических объектов есть следствие совокупного квантового поведения их микроскопических составляющих, – хоть сколько-нибудь правдоподобным. Если обнаружится, что нельзя, то нам придется поискать другой путь, который, быть может, приведет нас к более

<sup>35</sup> Упомянутое в §5.16 «бозонное» свойство фотонов можно (в некотором смысле) рассматривать как пример проявления квантовой сцепленности, в каком-то случае у нас имеется экспериментальное подтверждение и для взаимодействия на сверхбольших расстояниях – результаты наблюдений, полученные Хэнбери Брауном и Твиссом [187, 188] (см. примечание на с. 449) (у меня отмечено как \*449 – В.Э.).



последовательному выводу, имеющему смысл на всех уровнях феноменов. Мне, впрочем, следует предупредить читателя о том, что вся эта тема буквально кишит противоречиями. Существует множество самых разнообразных точек зрения, и пытаться дать всесторонний обзор их всех было бы с моей стороны крайне неблагоприятно, не говоря уже о том, чтобы представить детальное опровержение тех из них, что я нахожу невероятными или несостоятельными. Я прошу читателя отнестись снисходительно к тому, что точки зрения, о которых я таки упомяну, будут во многом изложены так, как они выглядят с моей собственной колокольни. Очевидно, что я не смогу сохранить полную беспристрастность, говоря о людях, мнение которых настолько чуждо моему, поэтому я хочу заранее попросить прощения за все те, возможно несправедливые, слова, которые я скажу.

Первая фундаментальная трудность связана с отысканием четкой границы, где квантовые процессы, характеризующиеся сохранением суперпозиций различных альтернативных возможностей, действительно переходят – под действием редукции R – в процессы классического уровня, на котором суперпозиции, по-видимому, невозможны. Трудность эта является результатом свойственной процедуре R «скользкости» (с точки зрения наблюдателя), которая не дает нам обнаружить, когда именно она «происходит» – из-за этого, в частности, многие физики вообще не считают редукцию реальным феноменом. Судя по имеющимся данным, результат эксперимента никак не зависит от того, на каком уровне выполняется процедура R – необходимо лишь, чтобы этот уровень был выше, чем тот, на котором наблюдались эффекты квантовой интерференции, но ниже, чем тот, на котором мы можем непосредственно воспринимать вместо комплексных линейных суперпозиций реализовавшиеся благодаря редукции классические альтернативы (хотя, как мы вскоре увидим, некоторые физики полагают, что и на этом этапе суперпозиции сохраняются).

Как можно установить, на каком уровне действительно происходит редукция – если она, конечно, вообще происходит в физическом смысле? Какой физический эксперимент необходимо поставить для того, чтобы отыскать ответ на этот вопрос? Если R – физический процесс, то он может происходить на любом уровне из огромного множества возможных между микроскопическими уровнями наблюдаемой квантовой интерференции и макроскопическими уровнями классического непосредственного восприятия. Более того, эти различия в «уровнях», похоже, не связаны напрямую с физическими размерами – квантовая сцепленность, например (см. §5.4), с легкостью «растягивается» до нескольких метров. Мы вскоре покажем, что более подходящей, нежели физические размеры, мерой является в данном случае, разность энергий. Как бы то ни было, на нашей, «макроскопической», стороне процесса то место, где «остановится шарик», определяется исключительно нашим же сознательным восприятием. С точки зрения физической теории это весьма неудобно, так как нам доподлинно не известно, какие именно физические процессы в мозге отвечают за восприятие. Тем не менее, сама физическая природа этих процессов, похоже, дает для любой теории реальной редукции R макроскопический предел. Впрочем, и здесь диапазон возможных вариантов между двумя крайностями чрезвычайно велик, что способствует формированию самых разнообразных позиций в отношении того, что же на самом деле происходит в тот момент, когда на сцену выходит процедура R.

Одним из важнейших является вопрос о «реальности» квантового формализма – или даже квантового мира вообще. Не могу удержаться и не процитировать в этой связи одно замечание профессора Чикагского университета Боба Уолда. Несколько лет назад на одном из банкетов он сказал мне:

«Если вы и вправду верите в квантовую механику, значит, всерьез вы ее не принимаете».

Мне кажется, что в этом замечании содержится некая глубокая истина как о самой квантовой теории, так и об отношении к ней людей. Те из адептов теории, кто особенно яростно отрицает необходимость какой бы то ни было ее модификации, не склонны полагать, что она описывает действительное поведение «реального» квантового мира. Нильс Бор, один из создателей и выдающийся интерпретатор квантовой теории, придерживался в этом отношении наиболее непримиримой позиции. Вектор состояния он, судя по всему, считал не более чем удобной условностью, полезной лишь для вычисления вероятностей результатов допускаемых системой «измерений». Сам по себе вектор состояния и не должен давать объективного описания той или иной квантовой реальности, он призван лишь олицетворять «наше знание» о системе. В самом деле, разве можно всерьез полагать, будто понятие «реальность» осмысленно применимо к

происходящим на квантовом уровне процессам? Бор, несомненно, принадлежал к тем, кто «и вправду верит в квантовую механику», и, на его взгляд, вектор состояния как раз и не следовало «принимать всерьез» в качестве средства описания физической реальности на квантовом уровне.

Общая альтернатива этой квантовомеханической точке зрения заключается в предположении, что вектор состояния дает-таки строгое математическое описание реального квантового мира – мира, эволюционирующего по чрезвычайно точным законам, хотя, возможно, и не в полном соответствии с математическими правилами, задаваемыми уравнениями квантовой теории. Отсюда, как мне представляется, открываются два основных пути. Одни ученые полагают, что процедура  $U$  исчерпывающе описывает всё, что связано с эволюцией квантового состояния. Процедура же  $R$ , соответственно, рассматривается как своего рода иллюзия, условность или аппроксимация, но ни в коем случае не как часть действительной эволюции реальности, описываемой квантовым состоянием. Такое мнение, на мой взгляд, ведет в направлении так называемой концепции множественности миров, или интерпретации Эверетта.<sup>36</sup> Об этой концепции мы поподробнее поговорим буквально через минуту. Другие – как раз те, кто принимает квантовый формализм в наибольшей степени «всерьез», – уверены, что обе процедуры, как  $U$ , так и  $R$ , представляют (с достаточно большой степенью точности) действительное физическое поведение физически реального, описываемого вектором состояния, квантового/классического мира. Однако если принимать квантовый формализм настолько всерьез, становится очень нелегко искренне верить в то, что существующая квантовая теория целиком и полностью верна на всех уровнях. Взять хотя бы то, что процедура  $R$ , в ее теперешнем определении, противоречит многим свойствам процедуры  $U$ , в частности, линейности последней. В этом смысле, разумеется, продолжать и далее «вправду верить в квантовую механику» невозможно. В последующих параграфах мы обсудим упомянутые точки зрения более основательно.

## §6.2. О множественности миров

Попробуем для начала выяснить, насколько далеко мы сможем уйти, следуя первым из «реалистических» путей – тому, что ведет в конечном счете к представлению о существовании «множественных» миров. За истинное описание реальности здесь принимается вектор состояния, эволюционирующий исключительно под действием процедуры  $U$ . Отсюда неизбежно следует, что законам квантовой линейной суперпозиции должны подчиняться и объекты классического уровня (такие, как бильярдные шары или даже люди). Можно предположить, что никаких серьезных проблем в связи с этим возникнуть не должно, поскольку такие суперпозиции состояний на классическом уровне – явление чрезвычайно редкое, и это еще слабо сказано. Проблема, однако, есть и связана она с линейностью эволюции  $U$ . Под действием  $U$  весовые коэффициенты состояний в суперпозиции всегда остаются одинаковыми, вне зависимости от того, какое количество вещества участвует в процессе. Сама по себе процедура  $U$  не способна, если можно так выразиться, «разделить» суперпозицию состояний только потому, что система выросла в размерах или усложнилась. Суперпозиции при этом отнюдь не проявляют тенденции к «исчезновению» при переходе на классический уровень, в результате чего выраженные суперпозиции состояний классических объектов должны стать не менее распространенным феноменом, нежели суперпозиции квантовых состояний. Отсюда неизбежно следует вопрос: почему в таком случае мы, воспринимая мир классических объектов, не сталкиваемся с такими макроскопическими суперпозициями альтернативных состояний ежедневно?

У приверженцев концепции множественности миров имеется на этот счет объяснение. Попробуем в нем разобраться. Представим себе ситуацию, подобную той, что мы рассматривали в §5.17, – детектор фотонов, описываемый состоянием  $|\Psi\rangle$ , оказывается на пути фотона, находящегося в суперпозиции состояний  $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$ , причем  $|\alpha\rangle$  активирует детектор,  $|\beta\rangle$  же оставляет всё как есть. (Возможно, фотон, испущенный некоторым источником, успел по пути встретиться с полупрозрачным зеркалом, и состояния  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  описывают, соответственно, пропущенную и отраженную части общего состояния фотона.) Мы здесь не говорим о применимости концепции вектора состояния к объектам классического уровня (весь детектор целиком), так как в рамках данной точки зрения векторы состояния являются точными представлениями реальности на всех ее уровнях. Таким образом, состояние  $|\Psi\rangle$  может описывать весь детектор целиком, а не только

<sup>36</sup> См. [116], [382], [90] и [143].

лишь некоторые квантовые его элементы, первыми встречающие фотон, как было в §5.17. Отметим, что, как и в §5.17, после собственно момента столкновения состояния детектора и фотона эволюционируют из произведения  $|\Psi\rangle(|\alpha\rangle + |\beta\rangle)$  в сцепленное состояние

$$|\Psi_D\rangle + |\Psi_N\rangle|\beta'\rangle.$$

Реальность описывается теперь вот этим вот сцепленным состоянием, рассматриваемым как единое целое. Мы не говорим: «либо детектор зарегистрировал и поглотил фотон (состояние  $|\Psi_D\rangle$ ), либо детектор фотона не зарегистрировал, и фотон остался свободным (состояние  $|\Psi_N\rangle|\beta'\rangle$ )». Вместо этого мы говорим: «обе альтернативы сосуществуют в суперпозиции, как часть всеобщей реальности, в которой все такие суперпозиции сохраняются». Можно распространить ситуацию и вообразить себе экспериментатора-человека, который разглядывает детектор с целью выяснить, зарегистрировал ли тот прибытие фотона. Прежде чем обратить свой взор к детектору, человек также должен был пребывать в некотором квантовом состоянии, скажем,  $|\Sigma\rangle$ ; таким образом, мы получаем на данном этапе следующее совокупное «произведение» состояний:

$$|\Sigma\rangle(|\Psi_D\rangle + |\Psi_N\rangle|\beta'\rangle).$$

Далее, изучив состояние детектора, наблюдатель каким-то образом воспринимает, что либо детектор зарегистрировал и поглотил фотон (состояние  $|\Sigma_D\rangle$ ), либо детектор фотона не зарегистрировал (ортогональное состояние  $|\Sigma_N\rangle$ ). Если допустить, что наблюдатель не взаимодействует с детектором после наблюдения, то ситуация описывается следующим вектором состояния:

$$|\Sigma_D\rangle(|\Psi'_D\rangle + |\Sigma_N\rangle|\Psi'_N\rangle|\beta''\rangle).$$

То есть, теперь у нас имеется два различных (ортогональных) состояния наблюдателя, каждое из которых вносит свой вклад в общее состояние системы. Согласно первому, наблюдатель находится в состоянии восприятия регистрации детектором прибытия фотона; это состояние сопровождается состоянием детектора, при котором фотон действительно регистрируется. Согласно же второму, наблюдатель находится в состоянии восприятия отсутствия регистрации детектором прибытия фотона; это состояние сопровождается состоянием детектора, при котором фотон не регистрируется, и состоянием фотона, свободно улетающего прочь. При этом, в соответствии с концепцией множественности миров, в рамках одного общего состояния сосуществуют различные экземпляры (варианты, копии) «Я» наблюдателя, располагающие различным опытом восприятия окружающего мира. Действительное состояние мира, окружающего каждый экземпляр, будет соответствовать опыту восприятия, которым этот экземпляр располагает.

Это представление можно обобщить на более «реалистичные» физические ситуации, где одновременно сосуществуют уже не два возможных варианта развития событий, как в приведенном примере, а огромные количества различных квантовых альтернатив, непрерывно возникающих на протяжении всей истории Вселенной. Таким образом, общее состояние Вселенной действительно объединяет в себе множество различных «миров», а любой наблюдатель-человек существует во множестве различных экземпляров сразу. Каждый экземпляр воспринимает тот мир, который не противоречит его собственному опыту восприятия, при этом нас с вами хотя бы убедить в том, что для построения удовлетворительной теории ничего больше и не нужно. Процедура R, согласно такой точке зрения, оказывается иллюзией, возникающей как следствие некоторых особенностей восприятия квантосцепленного мира макроскопическим наблюдателем.

Что касается меня, то должен сказать, что я вообще не нахожу эту точку зрения сколько-нибудь удовлетворительной. И дело здесь не столько в исключительной расточительности такой картины мира – хотя это и само по себе уже достаточно подозрительно, если не сказать больше. Более серьезное возражение состоит в том, что концепция множественности миров не дает настоящего решения «проблемы измерения», т.е. не достигает цели, ради которой была создана.

Решить проблему квантового измерения – значит понять, каким образом макроскопическое поведение в U-эволюционирующих квантовых системах порождает (или эффективно порождает) в качестве своего свойства процедуру R. Эта проблема не решается простым указанием на возможный сценарий, предположительно допускающий R-подобное поведение. Необходима теория, позволяющая хоть как-то понять, какие именно обстоятельства вызывают к жизни процедуру R (или, на худой конец, ее иллюзию). Более того, необходимо найти объяснение той замечательной точности, с которой работает процедура R. Судя по всему, люди склонны полагать, что вся точность квантовой теории заключена в ее динамических уравнениях – в эволюции U. Однако и редукция R сама по себе ничуть не менее точна в предсказании

вероятностей, и до тех пор, пока мы не поймем, каким образом ей это удастся, удовлетворительной теории у нас не будет.

Поскольку ничего большего концепция множественности миров не предлагает, действительного и исчерпывающего объяснения ни одному из этих феноменов мы не получаем. В отсутствие теории, описывающей, каким образом «воспринимающее сознание» разделяет мир на ортогональные альтернативы, у нас нет никаких причин ожидать, что такое сознание не будет способно осознавать линейные суперпозиции совершенно различных состояний теннисных мячей или, скажем, слонов. (Следует отметить, что одна лишь ортогональность «воспринимаемых состояний» – например, состояний  $|\Psi_D\rangle$  и  $|\Psi_N\rangle$  в приведенном выше примере – никоим образом не помогает эти состояния разделить. Сравните, например, пару состояний  $|L\leftarrow\rangle$  и  $|L\rightarrow\rangle$  с парой  $|L\uparrow\rangle$  и  $|L\downarrow\rangle$ , которыми мы пользовались при обсуждении ЭПР-феноменов в §5.17. Обе пары состояний ортогональны, точно так же как ортогональны состояния  $|\Psi_D\rangle$  и  $|\Psi_N\rangle$ , однако выбрать одну пару в ущерб другой мы не можем.) И еще одно: концепция множественности миров никак не объясняет чрезвычайную точность того удивительного правила, которое чудесным образом превращает квадраты модулей комплексных весовых коэффициентов в относительные вероятности.<sup>37</sup> (См. также §6.6 и §6.7.)

### §6.3. Не принимая вектор $|\psi\rangle$ всерьез

Существует много различных вариантов точки зрения, согласно которой вектор состояния  $|\psi\rangle$  не следует рассматривать как действительное отображение той или иной физической реальности, существующей на квантовом уровне. Вектор  $|\psi\rangle$  вводится лишь в качестве вычислительного приема, удобного исключительно для вычисления вероятностей, либо служит для выражения «состояния знания» экспериментатора о физической системе. Иногда под  $|\psi\rangle$  понимается не состояние индивидуальной физической системы, но целый ансамбль возможных подобных физических систем. Часто утверждают, что поведение вектора сложносцепленного состояния  $|\psi\rangle$  ничем, с практической точки зрения (*for all practical purposes*<sup>38</sup> или просто FAPP с легкой руки Джона Белла<sup>39</sup>), не отличается от поведения такого ансамбля физических систем – а большего о проблеме измерения физикам знать и не нужно. Иногда можно услышать, что вектор  $|\psi\rangle$  не может описывать какую бы то ни было квантовую реальность, так как понятие «реальность» к феноменам квантового уровня неприменимо – оно теряет здесь всякий смысл, поскольку реальным является лишь то, что можно «измерить».

Многие (в том числе и я – а также Эйнштейн и Шрёдингер, так что компания подобралась очень даже неплохая), впрочем, убеждены, что ничуть не больше смысла в ограничении «реальности» лишь объектами, которые мы способны воспринять – например, при помощи измерительных устройств (некоторых из них, по крайней мере), – и лишении «права на реальность» объектов, существующих на более глубоком, более фундаментальном уровне. Я не сомневаюсь, что мир на квантовом уровне выглядит странно и непривычно, но он отнюдь не становится от этого «нереальным». В самом деле, разве могут реальные объекты состоять из нереальных компонентов? Более того, управляющие квантовым миром математические закономерности замечательно точны – ничуть не менее точны, нежели более привычные уравнения, описывающие поведение макроскопических объектов, – несмотря на все те туманные образы, с которыми в нашем сознании ассоциируются «квантовые флуктуации» и «принцип неопределенности».

Однако убежденность в том, что хоть какая-то реальность должна существовать и на квантовом уровне, не избавляет нас от сомнений в возможности точно описать эту самую реальность посредством вектора состояния  $|\psi\rangle$ . В доказательство «нереальности»  $|\psi\rangle$  выдвигаются самые различные аргументы. Во-первых, вектор  $|\psi\rangle$ , по всей видимости, вынужден время от времени претерпевать этот загадочный нелокальный разрывный «скачок», который я обозначаю здесь буквой R. Несколько неподобающее поведение для физически приемлемого описания мира, особенно если учесть, что у нас уже имеется изумительно точное и непрерывное уравнение Шрёдингера U, согласно которому, как предполагается, и эволюционирует вектор  $|\psi\rangle$  (большую

<sup>37</sup> См. [355] и [357].

<sup>38</sup> С практической точки зрения (англ.). – Прим. перев.

<sup>39</sup> См. [23].

часть времени). Однако, как мы успели убедиться, эволюция  $U$  сама по себе заводит нас в дебри сложностей и неясностей множественно-мировых интерпретаций; если же мы хотим получить картину, сколько-нибудь адекватно описывающую реальную Вселенную, которая, как нам представляется, нас окружает, то нам просто необходима какая-никакая процедура  $R$ .

Другое нередко выдвигаемое возражение против реальности вектора  $|\psi\rangle$  сводится к следующему: чередование  $U, R, U, R, U, R, \dots$ , представляющее собой, в сущности, типичное описание процесса в квантовой теории, не симметрично во времени (каждое  $U$ -действие начинается с процедуры  $R$ , но не завершается ею), и существует другое, полностью эквивалентное первому описание, в котором  $U$ -эволюции обращены во времени (см. НРК, с. 355, 356; рис. 8.1, 8.2). Почему первое описание соответствует «реальности», а второе нет? Есть мнение, что всерьез следует принимать оба описания (как прямую, так и обратную эволюцию вектора состояния) – они сосуществуют и дают в совокупности полное описание физической реальности (см. [61], [381] и [2]). Я склонен думать, что предположения эти, скорее всего, не лишены серьезных оснований, однако в настоящий момент мы на них останавливаться не будем. Мы вкратце коснемся их (и некоторых других родственных им) ниже, в §7.12.

Одно из наиболее частых возражений против принятия вектора  $|\psi\rangle$  всерьез в качестве описания реальных процессов состоит в том, что его нельзя непосредственно «измерить» – в том смысле, что не существует экспериментального способа определить вектор состояния (пусть и с точностью до коэффициента пропорциональности), если мы об этом состоянии ничего не знаем. Возьмем для примера атом со спином  $\frac{1}{2}$ . Вспомним (§5.10, рис. 5.19), что каждое возможное состояние спина такого атома характеризуется каким-то конкретным направлением в обычном пространстве. Однако если мы не имеем ни малейшего понятия, что это за направление, определить его мы никак не сможем. Мы можем лишь выбрать какое-либо одно направление и выяснить, в этом направлении ориентирована ось спина (ДА) или же в противоположном (НЕТ). Каким бы ни было начальное состояние спина, соответствующее направление в гильбертовом пространстве проецируется либо в ДА-пространство, либо в НЕТ-пространство; каждый исход реализуется с вполне определенной вероятностью. И тут мы теряем большую часть информации о том, каким было «действительное» начальное состояние спина. Всё, что мы можем получить из измерения направления спина (в случае атома со спином  $\frac{1}{2}$ ), укладывается в один бит информации (ответ на общий вопрос ДА или НЕТ), тогда как возможные состояния направления оси спина образуют континуум, для точного определения которого потребуется бесконечное количество битов информации.

Всё это так, и всё же противоположную позицию принять ничуть не легче – ту, согласно которой вектор состояния  $|\psi\rangle$  оказывается в некотором роде физически «нереальным», являя собой лишь оболочку, содержащую полную сумму «наших знаний» о физической системе. Я бы даже сказал, что принять эту позицию невероятно трудно, особенно если учесть, что подобная роль «знания» подразумевает немалую долю субъективности. О чем, в конце концов, знании идет здесь речь? Совершенно точно – не о моем. Я очень мало действительно знаю об отдельных векторах состояния, детально описывающих поведение всех до единого окружающих меня объектов. А они, как ни в чем не бывало, продолжают себе свою идеально организованную деятельность, нимало не заботясь ни о том, что именно может стать кому-то «известно» о том или ином векторе состояния, ни о том, кто же станет счастливым обладателем этого драгоценного знания. Разве разные экспериментаторы, располагающие разным знанием о какой-либо физической системе, описывают эту самую систему с помощью различных векторов состояния? Отнюдь; все возникающие здесь различия относятся к тем особенностям каждого конкретного эксперимента, которые не оказывают сколько-нибудь существенного влияния на конечный результат.

Один из наиболее сильных доводов<sup>40</sup> в опровержение этой субъективной точки зрения на реальность  $|\psi\rangle$  следует из того факта, что, каким бы ни был вектор состояния  $|\psi\rangle$ , всегда возможно (по крайней мере, в принципе) осуществить примитивное измерение (см. §5.13), ДА-пространство которого представляет собой луч в гильбертовом пространстве, определяемый вектором  $|\psi\rangle$ . Дело в том, что физическое состояние  $|\psi\rangle$  (определяемое лучом комплексных кратных  $|\psi\rangle$ ) определено однозначно, в силу того, что результат ДА для данного состояния является абсолютно достоверным. Никакое другое состояние таким свойством не обладает. Для

---

<sup>40</sup> В [3] приводится другой весьма серьезный довод в пользу объективной реальности волновой функции.

любого другого состояния речь может идти лишь о некоторой вероятности (всегда меньшей, нежели полная уверенность) получения результата ДА, не исключающей и возможности того, что будет получен результат НЕТ. Таким образом, хотя мы и не можем посредством какого бы то ни было измерения выяснить, что же такое в действительности представляет собой вектор  $|\psi\rangle$ , физическое состояние  $|\psi\rangle$  однозначно определяется тем, что должно (согласно соответствующему вектору) являться результатом измерения, которое могло бы быть осуществлено над этим состоянием. Здесь мы вновь встречаемся с контрфактуальностью (см. §5.2, §5.3); впрочем, мы уже видели, насколько важную роль в предсказаниях квантовой теории играют контрфактуальные соображения.

Дабы прибавить нашему рассуждению убедительности, вообразим, что квантовая система установлена в некое известное состояние, скажем,  $|\phi\rangle$ , и что, согласно вычислениям, это состояние по прошествии времени  $t$  эволюционирует под действием процедуры  $U$  в другое состояние, скажем,  $|\psi\rangle$ . Пусть состояние  $|\phi\rangle$  представляет, например, состояние «спин вверх» ( $|\phi\rangle = |\uparrow\rangle$ ) атома со спином  $\frac{1}{2}$ , и предположим, что система оказалась в этом состоянии под действием какого-то предыдущего измерения. Допустим, что наш атом обладает магнитным моментом, направление которого совпадает с направлением оси спина (т.е. представляет собой маленький магнит, ориентированный в направлении оси спина). Направление же оси спина атома, помещенного в магнитное поле, вполне определенным образом прецессирует, что можно точно вычислить и представить как действие процедуры  $U$ , переводящее спин за время  $t$  в новое состояние, скажем,  $|\psi\rangle = |\rightarrow\rangle$ . Следует ли это вычисленное состояние принимать всерьез как часть физической реальности? Не вижу причин в этом ему отказывать. Поскольку состояние  $|\psi\rangle$  никак не может не учитывать возможность того, что нам вдруг взбрдет в голову измерить его посредством вышеупомянутого примитивного измерения, того самого измерения, ДА-пространство которого состоит исключительно из кратных вектора  $|\psi\rangle$ . В данном случае таким измерением является измерение спина в направлении  $\rightarrow$ . На это измерение система должна давать уверенный ответ ДА, а этого не может гарантировать никакое состояние спина атома, кроме  $|\psi\rangle = |\rightarrow\rangle$ .

Можно отыскать множество самых разнообразных физических ситуаций, в которых подобное примитивное измерение окажется практически неосуществимым. И всё же стандартные правила квантовой теории предполагают, что в принципе такие измерения возможны. Если же мы полагаем, что в случае некоторых «достаточно сложных» разновидностей состояний  $|\psi\rangle$  примитивные измерения невозможны в принципе, то нам придется пересмотреть самые основы квантовой теории. Может быть, их и впрямь стоит пересмотреть (некоторые конкретные шаги в этом направлении я предложу в §6.12). Следует, впрочем, понимать, какого рода пересмотр потребует, если мы и впредь намерены отрицать объективные различия между разными квантовыми состояниями или, что одно и то же, объективную реальность вектора состояния  $|\psi\rangle$  в некотором строгом физическом смысле (пусть и с точностью до коэффициента пропорциональности).

В качестве «минимального» пересмотра, затрагивающего лишь теорию измерения, часто предлагают ввести так называемые правила суперселекции,<sup>41</sup> которые и в самом деле эффективно отрицают возможность выполнения определенных типов примитивных измерений системы. Мне не хочется рассматривать здесь эти правила в подробностях, так как ни одно подобное предложение, насколько мне известно, не дошло в своем развитии до той стадии, на которой можно было бы говорить о формировании сколько-нибудь связной общей позиции в отношении проблемы измерения. Подчеркну лишь, что даже минимальный пересмотр подобного рода всё равно остается пересмотром и лишь подтверждает наличие насущной необходимости в пересмотре теории в целом.

В заключение, думаю, следует упомянуть о том, что существует и множество иных подходов к квантовой механике, которые хоть и не противоречат предсказаниям традиционной теории в принципе, но всё же дают «картины реальности», так или иначе отличные от той реальности, где вектор состояния  $|\psi\rangle$  «принимают всерьез», полагая, что он эту реальность и представляет. Среди них – пилотно-волновая теория Луи де Бройля [77] и Дэвида Бома [33], нелокальная теория, согласно которой существуют объекты, эквивалентные одновременно волновым функциям и системам классических частиц, причем и те, и другие полагаются в

---

<sup>41</sup> См., например, [82].

данной теории «реальными». (См. также [34].) Другие точки зрения (вдохновленные Ричардом Фейнманом и его подходом к квантовой теории [118]) оперируют целыми «историями» возможного поведения – согласно этим точкам зрения, истинная картина «физической реальности» несколько отличается от той, которую дает обыкновенный вектор состояния  $|\psi\rangle$ . Аналогичной общей позиции, которая, впрочем, учитывает еще и возможность, по сути, многократных частичных измерений (в соответствии с анализом, предпринятым в [4]), придерживаются авторы работ [174], [279] и [141]. Было бы неуместно, как мне кажется, углубляться здесь в обсуждение этих разнообразных альтернативных точек зрения (хотя следует всё же упомянуть о том, что формализм матриц плотности, который вводится в следующем параграфе, играет в некоторых из этих теоретических построений не последнюю роль – как и в операторном подходе Хаага [179]). Скажу лишь, что, хотя многое в этих процедурах представляет значительный интерес и обладает некоторой вдохновляющей оригинальностью, я всё же совершенно не убежден, что с их помощью можно действительно решить проблему измерения. Разумеется, я могу и ошибаться, но это покажет лишь время.

#### §6.4. Матрица плотности

Многие физики, полагая себя людьми практичными, вопросами «реальности» вектора  $|\psi\rangle$  не интересуются. От  $|\psi\rangle$  им нужно лишь одно – возможность вычислять с его помощью вероятности того или иного дальнейшего физического поведения объекта. Часто бывает так, что состояние, выбранное изначально для представления физической ситуации, приобретает под действием эволюции чрезвычайную сложность, а его сцепленности с элементами окружения становятся настолько запутанными, что на практике совершенно невозможно проследить за эффектами квантовой интерференции, отличающими такое состояние от множества других ему подобных. Все уверения в том, что явившийся результатом данной конкретной эволюции вектор состояния сколько-нибудь более реален, нежели прочие, на практике от него неотличимые, наши «практичные» физики, без сомнения, сочтут абсолютно лишены смысла. В самом деле, скажут они, любой отдельный вектор состояния, пригодный для описания «реальности», всегда можно заменить подходящей вероятностной комбинацией векторов состояния. Если применение процедуры  $U$  к некоему вектору состояния, представляющему начальное состояние системы, дает результат, с практической точки зрения (FAPP-подход Белла) неотличимый от того, что был бы получен с помощью такой вот вероятностной комбинации векторов состояния, то вероятностная комбинация достаточно хороша для описания мира и отыскивать  $U$ -эволюционировавший вектор состояния нужды нет.

Часто утверждают, что с такими же мерками можно подходить и к процедуре  $R$  – по крайней мере, на практике (всё тот же FAPP). Двумя параграфами ниже мы попытаемся найти ответ на вопрос, можно ли в самом деле разрешить кажущийся  $U/R$ -парадокс одними лишь этими методами. Однако, прежде я хотел бы рассказать подробнее о процедурах, принятых в стандартных FAPP-подходах к объяснению  $R$ -процесса (реального или кажущегося).

Ключевым в этих процедурах является математический объект, называемый матрицей плотности. Понятие матрицы плотности играет в квантовой теории весьма важную роль, и именно она, а не вектор состояния, лежит в основе большинства стандартных математических описаний процесса измерения. Центральную роль отводит матрице плотности и мой, менее традиционный, подход, особенно в том, что касается ее связи со стандартными FAPP-процедурами. По этой причине нам, к сожалению, придется углубиться в математический формализм квантовой теории несколько далее, нежели было необходимо прежде. Надеюсь, что читателя-неспециалиста такая перспектива не отпугнет. Даже при отсутствии полного понимания, мне думается, любому читателю будет полезно хотя бы бегло просматривать математические рассуждения по мере их появления – несомненно, со временем придет и осмысление. Это стало бы существенным подспорьем для понимания некоторых из дальнейших аргументов и тонкостей, сопровождающих поиски ответа на вопрос, почему нам действительно и насущно необходима усовершенствованная теория квантовой механики.

В отличие от отдельного единичного вектора состояния, матрицу плотности можно рассматривать как представление комбинации вероятностей нескольких возможных альтернативных векторов состояния. Говоря о «комбинации вероятностей», мы подразумеваем лишь, что существует некоторая неопределенность в отношении действительного состояния системы, при этом каждому из возможных альтернативных векторов состояния поставлена в соответствие

некоторая вероятность – самая обычная классическая вероятность, выраженная самым обычным вещественным числом. Однако матрица плотности вносит в это описание некоторую путаницу (заложенную изначально), поскольку не отличает классические вероятности, фигурирующие в вышеупомянутой взвешенной вероятностной комбинации, от вероятностей квантовомеханических, возникающих в результате процедуры R. Дело в том, что операционными методами различить эти вероятности невозможно, поэтому в операционном же смысле вполне уместным представляется математическое описание (матрица плотности), которое такого различия не делает.

Как выглядит это математическое описание? Я не стану углубляться в ненужные здесь подробности, лишь вкратце изложу основные концепции. Идея матрицы плотности, вообще говоря, весьма изящна.<sup>42</sup> Начать с того, что вместо каждого отдельного состояния  $|\psi\rangle$  мы используем объект вида

$$|\psi\rangle\langle\psi|.$$

Что означает такая запись? Не прибегая к точному математическому определению, которое для нас сейчас несущественно, можно сказать, что это выражение представляет собой особого рода «произведение» (точнее, вид тензорного произведения, см. §5.15) вектора состояния  $|\psi\rangle$  и «комплексно сопряженного» ему вектора  $\langle\psi|$ . Вектор состояния  $|\psi\rangle$  мы полагаем нормированным (т.е.  $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ ); тогда выражение  $|\psi\rangle\langle\psi|$  однозначно определяется физическим состоянием, представленным вектором  $|\psi\rangle$  (поскольку не зависит от изменений фазового множителя  $|\psi\rangle \rightarrow e^{i\theta}|\psi\rangle$ , см. §5.10). В системе обозначений Дирака исходный вектор  $|\psi\rangle$  называется «кет»-вектором, а соответствующий ему  $\langle\psi|$  – «бра»-вектором. Бра-вектор  $\langle\psi|$  и кет-вектор  $|\phi\rangle$  могут образовывать и скалярное произведение («bra-ket»<sup>43</sup>):

$$\langle\psi|\phi\rangle,$$

с таким обозначением мы уже встречались в §5.12. Значением скалярного произведения является самое обычное комплексное число, тогда как тензорное произведение  $|\psi\rangle\langle\phi|$  в матрице плотности дает более сложный математический «объект» – элемент некоторого векторного пространства.

Перейти от непонятного «объекта» к обычному комплексному числу позволяет особая математическая операция, называемая вычислением следа (или суммы элементов главной диагонали) матрицы. Для простого выражения  $|\psi\rangle\langle\phi|$  эта операция сводится к простой перестановке членов, дающей в результате скалярное произведение:

$$\text{СЛЕД } |\psi\rangle\langle\phi| = \langle\phi|\psi\rangle.$$

В случае суммы членов «след» вычисляется линейно: например,

$$\text{СЛЕД } (z|\psi\rangle\langle\phi| + w|\alpha\rangle\langle\beta|) = z\langle\phi|\psi\rangle + w\langle\beta|\alpha\rangle.$$

Я не стану в подробностях выводить все математические свойства таких объектов, как  $\langle\psi|$  и  $|\psi\rangle\langle\phi|$ , однако кое о чем упомянуть стоит. Во-первых, произведение  $|\psi\rangle\langle\phi|$  подчиняется тем же алгебраическим правилам, что перечислены на с. 446<sup>44</sup> для произведения  $|\psi\rangle|\phi\rangle$  (за исключением последнего, которое к данному случаю неприменимо):

$$\begin{aligned} (z|\psi\rangle)\langle\phi| &= z(|\psi\rangle\langle\phi|) = |\psi\rangle(z\langle\phi|), \\ (|\psi\rangle + |\chi\rangle)\langle\phi| &= |\psi\rangle\langle\phi| + |\chi\rangle\langle\phi|, \\ |\psi\rangle(\langle\phi| + \langle\chi|) &= |\psi\rangle\langle\phi| + |\psi\rangle\langle\chi|. \end{aligned}$$

Следует также отметить, что бра-вектор  $\underline{z}\langle\psi|$  является комплексным сопряженным кет-вектора  $z|\psi\rangle$  (поскольку число  $\underline{z}$  есть комплексное сопряженное комплексного числа  $z$ , см. с. 412<sup>45</sup>), а сумма  $\langle\psi| + \langle\chi|$  – комплексным сопряженным суммы  $|\psi\rangle + |\chi\rangle$ .

<sup>42</sup> Эта идея была предложена в 1932 году выдающимся венгерско-американским математиком Джоном фон Нейманом. Ему же, главным образом, мы обязаны теорией, опирающейся на первопроектные труды Алана Тьюринга и положившей начало развитию электронных компьютеров. Кроме того, фон Нейман стоял у истоков теории игр (см. ссылку в примечании 9 после третьей главы, с. 335) и, что ближе к теме нашего разговора, первым четко определил две квантовые процедуры, которые я обозначил здесь буквами «U» и «R».

<sup>43</sup> Созвучно английскому *bracket* «скобка». – Прим. перев.

<sup>44</sup> В.Э.: §5.15 выше в этом томе.

<sup>45</sup> В.Э.: §5.8 выше в этом томе.



Допустим, нам нужно составить матрицу плотности, представляющую некоторую комбинацию вероятностей нормированных состояний, скажем,  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ ; вероятности, соответственно, равны  $a$  и  $b$ . Правильная матрица плотности в данном случае будет иметь вид

$$D = a|\alpha\rangle\langle\alpha| + b|\beta\rangle\langle\beta|.$$

Для трех нормированных состояний  $|\alpha\rangle$ ,  $|\beta\rangle$ ,  $|\gamma\rangle$  с соответствующими вероятностями  $a$ ,  $b$ ,  $c$  имеем

$$D = a|\alpha\rangle\langle\alpha| + b|\beta\rangle\langle\beta| + c|\gamma\rangle\langle\gamma|,$$

и так далее. Из того, что вероятности всех альтернативных вариантов должны в сумме давать единицу, можно вывести важное свойство, справедливое для любой матрицы плотности:

$$\text{СЛЕД}(D) = 1.$$

Как же использовать матрицу плотности для вычисления вероятностей, результатов измерения? Рассмотрим сначала простой случай примитивного измерения. Спросим, находится ли система в физическом состоянии  $|\psi\rangle$  (ДА) или в ином состоянии, ортогональном  $|\psi\rangle$  (НЕТ). Само измерение представляет собой математический объект (так называемый проектор), очень похожий на матрицу плотности:

$$E = |\psi\rangle\langle\psi|.$$

Вероятность  $p$  получения ответа ДА определяется из выражения

$$p = \text{СЛЕД}(DE),$$

где произведение  $DE$  само представляет собой объект, подобный матрице плотности. Оно вычисляется с помощью несложных алгебраических правил, необходимо лишь соблюдать порядок «умножений». Например, для вышеприведенной двучленной суммы  $D = a|\alpha\rangle\langle\alpha| + b|\beta\rangle\langle\beta|$  имеем

$$\begin{aligned} DE &= (a|\alpha\rangle\langle\alpha| + b|\beta\rangle\langle\beta|)|\psi\rangle\langle\psi| = \\ &= a|\alpha\rangle\langle\alpha|\psi\rangle\langle\psi| + b|\beta\rangle\langle\beta|\psi\rangle\langle\psi| = \\ &= (a\langle\alpha|\psi\rangle)|\alpha\rangle\langle\psi| + (b\langle\beta|\psi\rangle)|\beta\rangle\langle\psi|. \end{aligned}$$

Члены  $\langle\alpha|\psi\rangle$  и  $\langle\beta|\psi\rangle$  могут «коммутировать» с другими выражениями, так как они представляют собой просто числа, порядок же таких «объектов», как  $|\alpha\rangle$  и  $\langle\psi|$  необходимо тщательно соблюдать. Далее получаем (учитывая, что  $zz = |z|^2$ , см. с. 412)

$$\begin{aligned} \text{СЛЕД}(DE) &= (a\langle\alpha|\psi\rangle)\langle\psi|\alpha\rangle + (b\langle\beta|\psi\rangle)\langle\psi|\beta\rangle = \\ &= a|\langle\alpha|\psi\rangle|^2 + b|\langle\beta|\psi\rangle|^2. \end{aligned}$$

Напомним (см. §5.13, с. 443), что величины  $|\langle\alpha|\psi\rangle|^2$  и  $|\langle\beta|\psi\rangle|^2$  представляют собой квантовые вероятности соответствующих конечных состояний  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ , тогда как  $a$  и  $b$  суть классические вклады в полную вероятность. Таким образом, в окончательном выражении квантовые и классические вероятности оказываются смешаны.

В случае более общего измерения типа «да/нет» рассуждение в целом не изменяется, только вместо определенного выше проектора «E» используется проектор более общего вида

$$E = |\psi\rangle\langle\psi| + |\phi\rangle\langle\phi| + \dots + |\chi\rangle\langle\chi|,$$

где  $|\psi\rangle$ ,  $|\phi\rangle$ , ...,  $|\chi\rangle$  – взаимно ортогональные нормированные состояния, заполняющие пространство ДА-состояний в гильбертовом пространстве. Как мы видим, проекторы обладают общим свойством

$$E^2 = E.$$

Вероятность получения ответа ДА при измерении, определяемом проектором  $E$ , системы с матрицей плотности  $D$  равна следу  $(DE)$  – в точности, как и в предыдущем примере.

Отметим важный факт: искомую вероятность можно вычислить, если нам всего-навсего известны матрица плотности и проектор, описывающий измерение. Нам не нужно знать, каким именно образом из индивидуальных состояний была составлена матрица плотности. Полная вероятность получается сама собой в виде соответствующей комбинации классических и квантовых вероятностей, а нам не приходится беспокоиться, какая ее часть откуда взялась.

Рассмотрим повнимательнее это любопытное переплетение классических и квантовых вероятностей в матрице плотности. Допустим, например, что у нас имеется частица со спином  $\frac{1}{2}$ , и мы абсолютно не уверены, в каком спиновом состоянии (нормированном) она в данный момент пребывает –  $|\uparrow\rangle$  или  $|\downarrow\rangle$ . Предположив, что соответствующие вероятности этих состояний равны  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{2}$ , построим матрицу плотности

$$D = \frac{1}{2}|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \frac{1}{2}|\downarrow\rangle\langle\downarrow|.$$

Простое вычисление показывает, что в точности такая же матрица плотности  $D$  получается в случае комбинации равных вероятностей ( $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{2}$ ) любых других ортогональных возможностей – скажем, состояний (нормированных)  $|\rightarrow\rangle$  и  $|\leftarrow\rangle$ , где  $|\rightarrow\rangle = (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$  и  $|\leftarrow\rangle = (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ :

$$D = \frac{1}{2}|\rightarrow\rangle\langle\rightarrow| + \frac{1}{2}|\leftarrow\rangle\langle\leftarrow|.$$

Допустим, мы решили измерять спин частицы в направлении «вверх», т.е. соответствующий проектор имеет вид

$$E = |\uparrow\rangle\langle\uparrow|.$$

Тогда для вероятности получения ответа ДА, согласно первому описанию, находим

$$\begin{aligned} \text{СЛЕД}(DE) &= \frac{1}{2}|\langle\uparrow|\uparrow\rangle|^2 + \frac{1}{2}|\langle\uparrow|\downarrow\rangle|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \times 1^2 + \frac{1}{2} \times 0^2 = \\ &= \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

где мы полагаем  $\langle\uparrow|\uparrow\rangle = 1$  и  $\langle\uparrow|\downarrow\rangle = 0$  (поскольку состояния нормированы и ортогональны). Согласно второму описанию, находим

$$\begin{aligned} \text{СЛЕД}(DE) &= \frac{1}{2}|\langle\rightarrow|\uparrow\rangle|^2 + \frac{1}{2}|\langle\leftarrow|\uparrow\rangle|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \times (1/\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2} \times (1/\sqrt{2})^2 = \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}; \end{aligned}$$

правое  $|\rightarrow\rangle$  и левое  $|\leftarrow\rangle$  состояния здесь не являются ни ортогональными, ни параллельными измеряемому состоянию  $|\uparrow\rangle$ , т.е. на деле  $|\langle\rightarrow|\uparrow\rangle| = |\langle\leftarrow|\uparrow\rangle| = 1/\sqrt{2}$ .

Хотя полученные вероятности оказываются одинаковыми (как, собственно, и должно быть, поскольку одинаковы матрицы плотности), физические интерпретации этих двух описаний совершенно различны. Мы согласны с тем, что физическая «реальность» любой ситуации описывается некоторым вполне определенным вектором состояния, однако существует классическая неопределенность в отношении того, каким окажется этот вектор в действительности. В первом предложенном описании атом находится либо в состоянии  $|\uparrow\rangle$ , либо в состоянии  $|\downarrow\rangle$ , и мы не знаем, в каком из двух. Во втором описании – либо в состоянии  $|\rightarrow\rangle$ , либо в состоянии  $|\leftarrow\rangle$ , и мы снова не знаем, в каком именно. Когда мы в первом случае выполняем измерение с целью выяснить, не находится ли атом в состоянии  $|\uparrow\rangle$ , мы имеем дело с самыми обычными классическими вероятностями: вероятность того, что атом находится в состоянии  $|\uparrow\rangle$ , совершенно очевидно равна  $\frac{1}{2}$ , и больше тут говорить не о чем. Когда мы задаем тот же вопрос во втором случае, измерению подвергается уже комбинация вероятностей состояний  $|\rightarrow\rangle$  и  $|\leftarrow\rangle$ , и каждое из них вносит в полную вероятность свой классический вклад  $\frac{1}{2}$ , помноженный на свой же квантовомеханический вклад  $\frac{1}{2}$ , что дает в итоге  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ . Как можно видеть, матрица плотности ухитряется сосчитать нам верную вероятность вне зависимости от того, какие классические и квантовомеханические доли эту вероятность, по нашему предположению, составляют.

Приведенный выше пример является в некотором роде особым, поскольку так называемые «собственные значения» матрицы плотности в этом случае оказываются вырожденными (в силу того, что обе классические вероятности здесь –  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{2}$  – одинаковы); именно эта «особость» и позволяет нам составить более одного описания в комбинациях вероятностей ортогональных альтернатив. Впрочем, для наших рассуждений это ограничение несущественно. (А упомянул я о нем исключительно для того, чтобы избежать упреков в невежестве со стороны возможно читающих эти строки специалистов.) Всегда можно представить, что комбинация вероятностей охватывает гораздо большее число состояний, нежели просто набор взаимно ортогональных альтернатив. Например, в вышеописанной ситуации мы вполне могли бы составить очень сложные вероятностные комбинации множества возможных различных направлений оси спина.

Иначе говоря, существует огромное количество совершенно различных способов представить одну и ту же матрицу плотности в виде комбинации вероятностей альтернативных состояний, и это верно для любых матриц плотности, а не только для тех, собственные значения которых вырождены.

### §6.5. Матрицы плотности для ЭПР-пар

Перейдем к ситуациям, описание которых в терминах матриц плотности представляется особенно уместным – и в то же время выявляет один почти парадоксальный аспект интерпретации такой матрицы. Речь идет об ЭПР-эффектах и квантовой сцепленности. Рассмотрим физическую ситуацию, описанную в §5.17: частица со спином 0 (в состоянии  $|\Omega\rangle$ ) расщепляется на две частицы (каждая со спином  $\frac{1}{2}$ ), которые разлетаются вправо и влево, удаляясь на значительное расстояние друг от друга, в результате чего выражение для их совокупного (сцепленного) состояния принимает вид:

$$|\Omega\rangle = |L\uparrow\rangle|R\downarrow\rangle - |L\downarrow\rangle|R\uparrow\rangle.$$

Предположим, что некий наблюдатель<sup>46</sup> имеет намерение измерить спин правой частицы с помощью некоего измерительного устройства, левая же частица успела уже удалиться на такое огромное расстояние, что добраться до нее наблюдатель не может. Как наш наблюдатель опишет состояние спина правой частицы?

Скорее всего, он весьма благоразумно воспользуется матрицей плотности

$$D = \frac{1}{2}|R\uparrow\rangle\langle R\uparrow| + \frac{1}{2}|R\downarrow\rangle\langle R\downarrow|,$$

поскольку ничто не мешает ему вообразить, что некий другой наблюдатель – скажем, коллега, по случаю оказавшийся неподалеку от левой частицы, – решил измерить спин этой левой частицы в направлении «вверх/вниз». Узнать, какой именно результат получил упомянутый воображаемый коллега, нашему наблюдателю неоткуда. Однако он знает, что если коллега получил результат  $|L\uparrow\rangle$ , то его собственная (правая) частица должна находиться в состоянии  $|R\downarrow\rangle$ , если же коллега получил при измерении состояние  $|L\downarrow\rangle$ , то правая частица должна находиться в состоянии  $|R\uparrow\rangle$ . Нашему наблюдателю также известно (из стандартных правил квантовой теории, касающихся вероятностей, какие можно ожидать в данной ситуации), что воображаемый коллега может получить с равной вероятностью как результат  $|L\uparrow\rangle$ , так и результат  $|L\downarrow\rangle$ . Из всего этого наблюдатель заключает, что состояние его собственной частицы описывается комбинацией равных вероятностей ( $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{2}$ , соответственно) двух альтернатив,  $|R\uparrow\rangle$  и  $|R\downarrow\rangle$ , так что матрица плотности  $D$  с его стороны действительно должна быть такой, какую мы только что записали.

Он, впрочем, может предположить, что его коллега производил измерение левой частицы в направлении «влево/вправо». В этом случае совершенно аналогичное вышеизложенному рассуждение (на сей раз опирающееся на альтернативное описание  $|\Omega\rangle = |L\leftarrow\rangle|R\rightarrow\rangle - |L\rightarrow\rangle|R\leftarrow\rangle$ , см. с. 454<sup>47</sup>) приведет нашего наблюдателя к заключению, что спиновое состояние его собственной (правой) частицы описывается комбинацией равных вероятностей направлений оси спина «влево» и «вправо», а соответствующая матрица плотности имеет вид

$$D = \frac{1}{2}|R\rightarrow\rangle\langle R\rightarrow| + \frac{1}{2}|R\leftarrow\rangle\langle R\leftarrow|,$$

Как мы уже видели, эти матрицы плотности в точности одинаковы, однако их интерпретации – как комбинаций вероятностей альтернативных состояний – существенно различаются. Совершенно не важно, какую именно интерпретацию выберет наблюдатель. Из своей матрицы плотности он получит всю возможную информацию, требуемую для вычисления вероятностей результатов измерений спина правой (и только правой) частицы. Более того, поскольку коллега является воображаемым, нашего наблюдателя вообще не должно волновать, выполнялось ли хоть какое-то измерение спина левой частицы. Всё та же матрица плотности  $D$  скажет ему всё, что можно узнать о состоянии спина правой частицы до того, как он действительно выполнит измерение. В самом деле, уж наверное матрица плотности  $D$  определит «действительное состояние» правой частицы с гораздо большей точностью, нежели какой бы то ни было отдельный вектор состояния.

Руководствуясь подобными общими соображениями, люди порой приходят к выводу, что в определенных ситуациях матрицы плотности дают более адекватное описание квантовой «реальности», чем векторы состояния. Однако в ситуациях, подобных рассматриваемой, это не

<sup>46</sup> См. обращение к читателю в начале книги, с. 18.

<sup>47</sup> В.Э.: §5.17 выше в этом томе.

так. Ничто в принципе не мешает воображаемому коллеге превратиться в коллегу реального, а двум наблюдателям – передать друг другу результаты своих наблюдений. Корреляции между измерениями, выполненными одним наблюдателем, и измерениями, выполненными другим, невозможно объяснить отдельными матрицами плотности, описывающими каждая свою частицу. Для такого объяснения необходимо всё сцепленное состояние целиком, в том виде, в каком оно представлено выше выражением для действительного вектора состояния  $|\Omega\rangle$ .

Например, если оба наблюдателя решат измерять спины своих частиц в направлении «вверх/вниз», то они неизбежно должны получить диаметрально противоположные результаты. Индивидуальные матрицы плотности такой информации не содержат. Еще более серьезное возражение: как недвусмысленно показывает теорема Белла (§5.4), моделировать сцепленное состояние связанной пары частиц какими бы то ни было локальными классическими методами (вроде «носков Бертлмана») до измерения невозможно. (Простая демонстрация этого факта приводится в НРК, примечание 14 после шестой главы, с. 301 – идея этой демонстрации, вообще говоря, принадлежит Стаппу [359], см. также [360]. Описан случай, когда один из наблюдателей измеряет спин своей частицы в вертикальном, «вверх/вниз», или горизонтальном, «вправо/влево», направлении, тогда как другой выбирает для измерения одно из направлений под углом в  $45^\circ$  к тем двум. Если заменить частицы со спином  $1/2$  частицами со спином  $3/2$ , то такую демонстрацию можно сделать еще более убедительной, воспользовавшись магическими додекаэдрами из §5.3, так как при этом нам не понадобятся вероятности.)

Таким образом, в данной ситуации «матричное» описание может быть признано адекватным «реальности», только если имеется какая-либо причина, в принципе не позволяющая выполнить (и сравнить) измерения на обоих концах системы. В обычных условиях таких причин, как правило, не существует. В условиях необычных – например, в ситуации, предложенной Стивеном Хокингом [191], где одна из частиц ЭПР-пары оказывается заключенной внутри черной дыры, – могут появиться и более серьезные доводы в пользу матричного описания на фундаментальном уровне (что, собственно, и доказывает Хокинг). Однако такие доводы сами по себе предполагают некий серьезный пересмотр самих основ квантовой теории. Пока такого пересмотра не произошло, существенная роль матрицы плотности остается скорее практической (FAPP), нежели фундаментальной – что, впрочем, отнюдь не уменьшает ее важности.

### §6.6. FAPP-объяснение процедуры R

Теперь давайте посмотрим, какую же, в самом деле, роль играют матрицы плотности в рамках стандартного (FAPP-) подхода к объяснению «наблюдаемой» природы процедуры R. Идея заключается в том, что квантовая система и измерительное устройство (вместе с занимаемым ими окружением) – все три, предполагается, эволюционируют вместе в соответствии с процедурой U – ведут себя так, будто всякий раз, когда эффекты измерения оказываются нерасторжимо сцеплены с этим самым окружением, происходит процедура R.

Изначально квантовая система считается изолированной от окружения, однако в момент «измерения» в измерительном устройстве инициируются макроскопические эффекты, которые вскоре приводят к возникновению сцепленностей с элементами окружения, причем количество этих сцепленностей непрерывно возрастает. На этом этапе картина во многом напоминает описанную в предыдущем параграфе ЭПР-ситуацию. Квантовая система (вместе с только что сработавшим измерительным устройством) выступает в роли правой частицы, тогда как возмущенное окружение аналогично отдаленной левой частице. Физик, намеревающийся осмотреть измерительное устройство, играет роль, схожую с ролью наблюдателя, предполагающего исследовать правую частицу. Наблюдатель не имеет доступа к каким бы то ни было измерениям, которые могли быть выполнены на левой частице; аналогично, нашему физика недоступна подробная картина возмущений, предположительно произведенных в окружении измерительным устройством. Окружение состоит из огромного количества случайным образом движущихся частиц, и можно смело утверждать, что детальная и точная информация относительно того, какому именно возмущению подверглись частицы окружения, будет безвозвратно потеряна для физика. Аналогичным образом, наблюдателю у правой частицы из предыдущего примера недоступны какие бы то ни было сведения о спине левой частицы. Как и в случае с правой частицей, состояние измерительного устройства адекватно описывается не отдельным вектором состояния, но матрицей плотности; соответственно, измерительное устройство рассматривается не как чистое, отдельно взятое квантовое состояние, но как комбинация

вероятностей состояний. Согласно стандартной интерпретации, эта комбинация вероятностей дает те же вероятностно-взвешенные альтернативы, что мы получили бы в результате процедуры R – по крайней мере, с практической точки зрения.

Рассмотрим пример. Допустим, некий источник испускает фотон в направлении детектора. Между источником и детектором помещено полусеребряное зеркало, после столкновения с которым фотон переходит в суперпозицию состояний

$$w|\alpha\rangle + z|\beta\rangle;$$

при этом состояние  $|\alpha\rangle$  (пропущенный фотон) активирует детектор (ДА), а состояние  $|\beta\rangle$  (отраженный фотон) никак детектора не затрагивает (НЕТ). Полагая все состояния нормированными, получим, в соответствии с процедурой R, следующие вероятности:

$$\text{вероятность ответа ДА} = |w|^2,$$

$$\text{вероятность ответа НЕТ} = |z|^2.$$

Поскольку зеркало полупрозрачно (как в исходном примере, рассмотренном в §5.7, где теперешним  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$  соответствовали состояния  $|B\rangle$  и  $i|C\rangle$ ), каждая из этих вероятностей равна  $1/2$ , т.е.  $|w| = |z| = 1/\sqrt{2}$ .

Детектор находится первоначально в состоянии  $|\Psi\rangle$ , которое по поглощении фотона (в состоянии  $|\alpha\rangle$ ) эволюционирует в состояние  $|\Psi_D\rangle$  (ДА), а в отсутствие поглощения фотона (в состоянии  $|\beta\rangle$ ) – в состояние  $|\Psi_N\rangle$  (НЕТ). Если игнорировать окружение, то состояние системы на данном этапе имеет вид

$$w|\Psi_D\rangle + z|\Psi_N\rangle|\beta\rangle$$

(все состояния мы полагаем нормированными). Предположим, однако, что детектор, будучи макроскопическим объектом, сразу же вступает во взаимодействие с окружением, – частью такого окружения можно считать и «сбежавший» фотон (первоначально в состоянии  $|\beta\rangle$ ), поглощенный стеной лаборатории. Как и прежде, детектор, в зависимости от того, зарегистрировал он фотон или нет, переходит в одно из своих новых состояний  $|\Psi_D\rangle$  или  $|\Psi_N\rangle$ , соответственно), однако в процессе перехода он по-разному возмущает окружение. Состояние окружения, сопутствующее состоянию детектора  $|\Psi_D\rangle$ , обозначим через  $|\Phi_D\rangle$ , а состояние окружения, сопутствующее состоянию детектора  $|\Psi_N\rangle$ , – через  $|\Phi_N\rangle$  (эти состояния мы также полагаем нормированными, но не обязательно ортогональными). Полное состояние сцепленной системы можно записать так:

$$w|\Phi_D\rangle|\Psi_D\rangle + z|\Phi_N\rangle|\Psi_N\rangle.$$

До сих пор физик в процессе не участвовал, однако теперь он собирается осмотреть детектор, чтобы узнать, какой результат тот зафиксировал (ДА или НЕТ). Каким образом физик может оценить квантовое состояние детектора в момент, непосредственно предшествующий осмотру? Как и наблюдатель, измерявший в предыдущем параграфе спин правой частицы, наш физик резонно воспользуется матрицей плотности. Можно предположить, что никакого измерения окружения с целью выяснить, находится оно в состоянии  $|\Phi_D\rangle$  или  $|\Phi_N\rangle$ , в действительности не проводилось – точно так же, как никто не измерял спин левой частицы в описанной выше ЭПР-паре. Соответственно, матрица плотности и в самом деле даст адекватное квантовое описание детектора.

Какова эта матрица плотности? Рассуждая стандартным образом<sup>48</sup> (который основывается на некоем частном способе моделирования упомянутого окружения – исходя при этом из неких не вполне обоснованных допущений, таких, например, как допущение о несущественности корреляций ЭПР-типа), приходим к заключению, что матрица плотности в данном случае должна очень быстро принять вид, очень хорошее приближение к которому дает следующее выражение:

$$D = a|\Psi_D\rangle\langle\Psi_D| + b|\Psi_N\rangle\langle\Psi_N|,$$

где

$$a = |w|^2 \text{ и } b = |z|^2.$$

Эту матрицу плотности можно интерпретировать, как представление комбинации вероятностей двух альтернатив: регистрация детектором фотона (результат ДА) с вероятностью  $|w|^2$  и отсутствие регистрации детектором фотона (результат НЕТ) с вероятностью  $|z|^2$ . Если бы имела место процедура R, то именно к такому результату и должен был бы прийти физик по завершении своего эксперимента – или нет?

<sup>48</sup> См. [82], [399], [400] и [283].

Думаю, здесь следует проявить некоторую осторожность. Матрица плотности  $D$  и в самом деле позволяет физику вычислить необходимые ему значения вероятностей, если предположить, что альтернатив всего две: либо  $|\Psi_D\rangle$ , либо  $|\Psi_H\rangle$ . Но из наших рассуждений такое предположение никоим образом не следует. Вспомним из предыдущего параграфа, что матрицы плотности, как комбинации вероятностей состояний, допускают множество альтернативных интерпретаций. В частности, поскольку зеркало полупрозрачно, мы имеем здесь в точности такую же матрицу плотности, как и та, какую мы получили выше для частицы со спином  $1/2$ :

$$D = \frac{1}{2}|\Psi_D\rangle\langle\Psi_D| + \frac{1}{2}|\Psi_H\rangle\langle\Psi_H|,$$

Можно записать ее иначе; скажем, так:

$$D = \frac{1}{2}|\Psi_P\rangle\langle\Psi_P| + \frac{1}{2}|\Psi_Q\rangle\langle\Psi_Q|,$$

где  $|\Psi_P\rangle$  и  $|\Psi_Q\rangle$  – два других возможных ортогональных состояния детектора (что представляет собой, надо сказать, совершенную нелепость с точки зрения классической физики), причем

$$|\Psi_P\rangle = (|\Psi_D\rangle + |\Psi_H\rangle)/\sqrt{2} \text{ и } |\Psi_Q\rangle = (|\Psi_D\rangle - |\Psi_H\rangle)/\sqrt{2}.$$

Тот факт, что наш физик полагает, будто состояние его детектора описывается матрицей плотности  $D$ , никак не объясняет, почему он всегда обнаруживает детектор либо в состоянии ДА (что соответствует  $|\Psi_D\rangle$ ), либо в состоянии НЕТ ( $|\Psi_H\rangle$ ). Потому что совершенно такую матрицу плотности он получил бы, если состояние системы представляло собой равновесную вероятностную комбинацию, по классическим меркам, нелепостей  $|\Psi_P\rangle$  и  $|\Psi_Q\rangle$  (описывающих, соответственно, квантовые линейные суперпозиции «ДА плюс НЕТ» и «ДА минус НЕТ»)!

Для того, чтобы подчеркнуть физическую абсурдность состояний, подобных  $|\Psi_P\rangle$  и  $|\Psi_Q\rangle$ , в случае макроскопического детектора, рассмотрим «измерительное устройство», состоящее из ящика и помещенной внутрь него кошки, причем ящик снабжен неким устройством, убивающим кошку, если детектор регистрирует фотон (в состоянии  $|\alpha\rangle$ ), если же детектор ничего не регистрирует (фотон в состоянии  $|\beta\rangle$ ), то кошка остается жива – это измерительное устройство широко известно под названием шрёдингерова кошка (см. §5.1 и рис. 6.3). Результат ДА представляется здесь как «кошка мертва», а результат НЕТ – как «кошка жива». Однако из одного лишь того, что нам известно, что матрица плотности имеет вид равновесной комбинации этих двух состояний, вовсе не следует, что кошка либо мертва, либо жива (с равной вероятностью), так как эта же кошка может также быть (с равной вероятностью) либо «мертва плюс жива», либо «мертва минус жива»! Сама по себе матрица плотности ничего не говорит о том, что эти последние классически абсурдные возможности в известном нам реальном мире никогда не реализуются. Как и во «множественно мировом» подходе к объяснению  $R$ , нам, похоже, вновь предлагается поразмыслить над тем, какого рода состояния мы намерены позволить воспринимать обладающему сознанием наблюдателю (в данном случае, нашему «физику»). С чего мы, собственно говоря, взяли, что состояния вроде «кошка мертва плюс кошка жива» совершенно и абсолютно недоступны восприятию некоего сознательного внешнего<sup>49</sup> наблюдателя?

Мне могут возразить, что «измерение» детектора, которое наш физик намерен произвести, состоит всего лишь в том, чтобы узнать, какой результат из двух (ДА или НЕТ) этот самый детектор зафиксировал – или, как в примере с кошкой, выяснить, мертва она или жива. (Вспомним и о наблюдателе из предыдущего параграфа, который собирался всего лишь определить, вверх направлена ось спина правой частицы или вниз.) Для такого измерения матрица плотности и в самом деле дает верные значения вероятностей, в каком бы виде мы ее ни представили. А вот тут начинаются проблемы. Почему мы должны считать таким измерением простой взгляд на кошку? В  $U$ -эволюции квантовой системы нет ни единого правила, запрещающего нашему сознанию в процессе «разглядывания» и, как следствие, восприятия квантовой системы осознать комбинации вроде «кошка мертва плюс кошка жива». Так! Здесь мы, кажется, уже проходили. Что такое сознание? Как на самом деле устроен наш мозг? Ведь первой и самой очевидной причиной поисков FAPP-объяснения процедуры  $R$  как раз и было желание избежать необходимости связываться с такого рода вопросами!

Кто-то скажет: всё дело в том, что мы выбрали для нашего примера нехарактерный особый случай с двумя равными вероятностями  $1/2$  и  $1/2$  (случай «вырожденных собственных значений»).

<sup>49</sup> Нельзя, разумеется, забывать и о сознании кошки! На эту сторону дела обратил наше самое пристальное внимание Юджин П. Вигнер, предложив свой вариант парадокса шрёдингеровой кошки [385]. «Друг Вигнера» разделяет с шрёдингеровой кошкой некоторые из ее лишений, однако в каждом из состояний суперпозиции остается в полном сознании!

Только в таких ситуациях матрица плотности допускает более одного представления в виде взвешенной вероятностной комбинации взаимно ортогональных альтернатив. Это ограничение не существенно, поскольку для интерпретации матрицы плотности как комбинации вероятностей ортогональность альтернатив непременным требованием не является. Более того, как показали в своей недавней работе Хьюстон, Йожа и Вуперс [210], в ситуациях, подобных вышеописанным (т.е. там, где матрица плотности вводится потому, что рассматриваемая система сцеплена с какой-то другой изолированной системой), для любой комбинации вероятностей альтернативных состояний, выбранной вами для составления матрицы плотности, всегда найдется измерение, выполнимое в той самой изолированной системе, которое даст в точности такое же представление матрицы плотности. Как бы то ни было, одно то, что неоднозначность возникает уже в случае равных вероятностей, ясно показывает, что для описания действительных альтернативных состояний нашего детектора матричного представления недостаточно.

Итак, одно лишь знание матрицы плотности  $D$  не дает никаких оснований полагать, что система представляет собой вероятностную комбинацию тех самых состояний, которые эту конкретную матрицу  $D$  составляют. Точно такую же матрицу  $D$  можно получить и из множества других самых различных комбинаций состояний, большая часть которых окажутся совершенно «абсурдными» с точки зрения здравого смысла. Более того, такая неоднозначность свойственна любой матрице плотности, какую ни возьми.

Стандартные рассуждения не часто заходят дальше требования «диагональности» матрицы плотности. «Диагональной», по сути, является такая матрица плотности, которую можно выразить в виде взвешенной вероятностной комбинации взаимно ортогональных альтернатив – точнее, не всяких альтернатив, а тех классических альтернатив, которые нас в данном случае интересуют. (Если убрать это последнее условие, то диагональными окажутся все матрицы плотности!) Однако мы уже убедились, что один лишь факт «выразимости» матрицы плотности в таком виде сам по себе отнюдь не является гарантией того, что детекторы не предстанут перед нами в какой-нибудь «абсурдной» квантовой суперпозиции состояний ДА и НЕТ.

Таким образом, вопреки всем и всяческим уверениям, стандартное рассуждение не объясняет, как то или иное приближенное описание  $U$ -эволюции в условиях неустранимого воздействия окружения порождает «иллюзию» процедуры  $R$ . Оно демонстрирует всего лишь, что в такой ситуации процедура  $R$  и  $U$ -эволюция могут мирно сосуществовать. Нам всё еще нужно в квантовой теории место для процедуры  $R$ , отличное от того, что занимает  $U$ -эволюция (по крайней мере, пока не появится теория, жестко предписывающая, какого рода состояния способны воспринимать существа, обладающие сознанием).

Отыскание такого места само по себе важно для общей непротиворечивости квантовой теории. Однако не менее важно понять, что это сосуществование и эта непротиворечивость имеют статус скорее практического приближения (FAPP), нежели строго научный. В конце предыдущего параграфа мы говорили о том, что описание правой частицы посредством матрицы плотности является адекватным лишь в отсутствие возможности сравнения измерений, выполненных на обоих частицах. Если же такая возможность есть, то необходимо рассматривать полное состояние системы с ее квантовыми, а не просто взвешенно-вероятностными суперпозициями. Аналогичным образом, матричное описание детектора в настоящем параграфе адекватно лишь в том случае, если отсутствует возможность детально измерить состояние окружения и сравнить результаты измерения с результатами наблюдения детектора экспериментатором. Редукция  $R$  может сосуществовать с эволюцией  $U$  исключительно при условии, что мельчайшие элементы окружения останутся недоступными измерению, а тонкие эффекты квантовой интерференции, надежно укрытые (согласно стандартной квантовой теории) невообразимой сложностью точного описания окружения, избегнут наблюдения.

Очевидно, что какая-то (и даже немалая) доля правды в стандартном объяснении есть, однако полным оно быть никак не может. Разве можем мы быть уверены в том, что в ближайшем будущем не появится какая-нибудь новая технология, с помощью которой все эти интерференционные феномены будут детально описаны? Необходимо ввести некое строгое физическое правило, определяющее, какие из экспериментов, невозможных сегодня практически, являются невозможными в принципе. Согласно такому правилу, должен существовать некий уровень физических процессов, получение каких бы то ни было данных об эффектах интерференции на котором невозможно в принципе. Придется, по всей видимости, постулировать некий новый физический феномен, благодаря которому комплексно-взвешенные суперпозиции физики квантового уровня действительно станут классическими альтернативами, а не просто будут

считаться таковыми в FAPP-приближении. В существующем же виде FAPP-подход не дает картины действительной физической реальности. Он не может быть ничем иным, как временной полумерой в отсутствие настоящей физической теории – хотя и весьма полезной, надо сказать, полумерой, – и важно иметь это в виду, когда мы будем рассматривать выдвигаемые мною в §6.12 предположения.

### §6.7. FAPP-объяснение правила квадратов модулей

В предыдущих трех параграфах неявно присутствовало одно далеко идущее допущение, к которому я намеренно не привлекал излишнего внимания. Одна лишь необходимость такого допущения эффективно аннулирует любое предположение о том, что из U-эволюции можно вывести правило квадратов модулей для процедуры R – даже в FAPP-приближении. Уже самим фактом использования матрицы плотности мы неявно допускаем, что взвешенная вероятностная комбинация может быть описана таким объектом вполне адекватно. Уже сама уместность использования выражений вроде  $|\alpha\rangle\langle\alpha|$  (которые, в свою очередь, принадлежат к виду «объект, умноженный на собственное комплексное сопряженное») определенно намекает на присутствие где-то рядом правила квадратов модулей. Правило получения значений вероятности из матрицы плотности корректно сочетает классические и квантовые вероятности только потому, что правило квадратов модулей встроено в саму концепцию матрицы плотности.

Хотя процесс унитарной эволюции (U) действительно очень хорошо стыкуется (математически) с концепциями матрицы плотности и скалярного произведения  $\langle\alpha|\beta\rangle$  в гильбертовом пространстве, это вовсе не означает, что вычисляемые с помощью квадратов модулей величины непременно являются вероятностями. То есть речь снова идет о сосуществовании R и U, а не об объяснении происхождения R из U. Унитарной эволюции абсолютно ничего не известно о понятии вероятности. То, что квантовые вероятности можно вычислять с помощью этой процедуры, совершенно очевидно является дополнительным допущением, вне зависимости от того, каким образом мы пытаемся обосновать взаимоотношения процедур R и U – привлекая к делу множественность миров или используя FAPP-подход.

Поскольку почти все экспериментальные подтверждения, какими может похвастаться квантовая механика, основаны на предписываемой теорией процедуре вычисления вероятностей, игнорировать R-часть квантовой механики мы можем лишь на свой страх и риск. Редукция R отлична от эволюции U и не следует из U, как бы громко и часто теоретики ни уверяли нас в обратном. А раз так, то придется нам смириться с R как с отдельным, самостоятельным физическим процессом. Я отнюдь не настаиваю на немедленном присвоении редукции статуса отдельного, самостоятельного физического закона. Ничуть не сомневаюсь, что она представляет собой приближение чего-то такого, о чем мы, возможно, еще не имеем никакого представления. Рассуждения в конце предыдущего параграфа недвусмысленно указывают на то, что применение R-процедуры в процессе измерения действительно носит приближенный характер.

Согласимся пока с тем, что необходимо искать какие-то новые объяснения, и попробуем, соблюдая должную осторожность, двинуться дальше теми тропами в неизвестное, что, возможно, еще открыты перед нами.

### §6.8. О редукции вектора состояния посредством сознания

Среди тех, кто всерьез полагает, что вектор состояния  $|\psi\rangle$  описывает реальный физический мир, есть такие, кто утверждает – в противовес уповающим на эволюцию U на всех уровнях, т.е. приверженцам концепции множественности миров, что нечто подобное процедуре R действительно происходит, причем происходит тогда, когда в процесс вовлекается сознание наблюдателя. Выдающийся физик Юджин Вигнер как-то даже набросал вкратце теорию такого процесса [385]. Общая идея заключается в том, что бессознательная материя – или, возможно, всего лишь неживая материя – эволюционирует в соответствии с U, однако как только состояние системы оказывается сцеплено с состоянием какого-либо сознательного (или просто «живого») существа, появляется нечто новое, в дело вступает некий физический процесс, приводящий к R, он-то и редуцирует в действительности состояние системы.

Не думаю, что есть необходимость формулировать предположение (следуя такой точке зрения), что сознательное существо каким-то образом приобретает способность оказывать «воздействие» на тот выбор, какой делает в этот момент Природа. Такое предположение увлекло



бы нас в чрезвычайно коварные воды – насколько я могу судить, наблюдаемые факты резко противоречат любым подобного рода упрощенным заявлениям, сводящимся к тому, что сознательный волевой акт способен воздействовать на результат квантовомеханического эксперимента. Таким образом, мы не станем в рамках нашего исследования настаивать на том, что процедура R должна непременно требовать активного участия «свободной сознательной воли» (альтернативным точкам зрения, впрочем, уделено некоторое внимание в §7.1).

Не сомневаюсь, что кое-кто из читателей ожидал, что идеи подобного рода должны были привлечь на свою сторону и меня (раз уж я занимаюсь поиском связей между проблемой квантового измерения и проблемой сознания). Уверяю вас, это не так. В конце концов, вполне возможно, что в нашей Вселенной сознание – феномен достаточно редкий. На поверхности Земли обладающие сознанием существа встречаются в самых различных местах, однако, насколько позволяют судить имеющиеся у нас на данный момент экспериментальные свидетельства,<sup>50</sup> в глубинах Вселенной, на расстоянии многих световых лет от нас, высокоразвитого – или какого-либо иного – сознания нет. Получается весьма странная картина: «реальная» физическая вселенная, физические объекты в которой эволюционируют так или иначе в зависимости от того, может ли их видеть, слышать или как-то иначе ощущать какой-либо из разумных обитателей этой самой вселенной.

Возьмем для примера погоду. Синоптические ситуации, развивающиеся в атмосфере любой планеты, обусловлены хаотическими физическими процессами (см. §1.7) и, как следствие, очень чувствительны к многочисленным единичным квантовым событиям. Если в отсутствие сознания процесс R и вправду не происходит, тогда расплывчатое марево альтернатив квантовых суперпозиций никогда не сгустится в какую-то определенную синоптическую ситуацию. Можем ли мы и в самом деле полагать, что погода на какой-нибудь далекой планете так и пребывает в виде некоей совокупности комплексных суперпозиций бесконечного количества различных возможных вариантов (этакой полной неразберихи, не имеющей ничего общего с настоящей погодой), пока ее не воспримет своими органами чувств какое-нибудь забредшее туда случайно разумное создание, – в каковой момент, и ни мгновением раньше, вся эта куча суперпозиций превратится, наконец, в погоду?

Можно возразить, что с операционной точки зрения – т.е. с операционной точки зрения обладающего сознанием существа – такая «погода суперпозиций» ничем не отличается от настоящей неизвестной заранее погоды (FAPP!). Однако такое решение проблемы физической реальности не является, само по себе, удовлетворительным. Как мы уже видели, FAPP-подход не объясняет «реальность» на таком фундаментальном уровне, но служит лишь в качестве временной полумеры, которая позволяет в рамках современной квантовой механики объединить U- и R-процедуры – до тех пор, по крайней мере, пока технический прогресс не заведет нас туда, где нам потребуется более точная и последовательная теория.

Словом, я предлагаю направить наши поиски решения проблем квантовой механики в какую-нибудь другую сторону. Хотя и нельзя исключить, что проблема разума окажется в конечном счете связана с проблемой квантового измерения – или U/R-парадоксом квантовой механики, – сознание само по себе (в том виде, в каком мы представляем его себе сейчас) не способно, по моему глубокому убеждению, разрешить внутренние физические конфликты квантовой теории. Думаю, что мы должны обратиться к проблеме квантового измерения и решить ее прежде, чем можно будет ожидать какого-либо реального прогресса в объяснении сознания в терминах физических процессов – причем решать эту проблему следует исключительно физическими средствами. Когда у нас появится удовлетворительное решение, мы, возможно, окажемся в лучшем положении для поиска ответов на загадку сознания. Я считаю, что решение проблемы квантового измерения является необходимым условием для понимания работы разума,<sup>51</sup> но никогда не утверждал, что это одна и та же проблема. Проблема разума неизмеримо сложнее проблемы измерения!

<sup>50</sup> Именно к этому, похоже, сводятся результаты программы SETI (Search for Extraterrestrial Intelligence – Поиск внеземного разума (англ.) – *Прим. перев.*), у истоков которой стоял Ф. Дрейк.

<sup>51</sup> В.Э.: А скорее – наоборот. Разум-то можно объяснить, вообще не вспоминая о квантовой механике. Но когда мы разберемся с работой разума, то яснее станут и многие проблемы физики – в том числе и «проблема измерения». Сам я лично, как уже говорил, не хочу предлагать никаких решений в области физики. Но это не потому, что считаю Веданскую теорию вообще не способной ничего дать физике, а только потому, что не считаю свои личные знания по этим проблемам физики достаточно глубокими, чтобы находить решения. Тут нужен человек, который хорошо владел бы одновременно и

### §6.9. А теперь попробуем принять $|\psi\rangle$ действительно всерьез

Как выяснилось, те точки зрения, что на данный момент претендуют на серьезное отношение к квантовому описанию мира, в действительности всерьез его не принимают. Возможно, квантовый формализм слишком нам чужд, чтобы его можно было с легкостью принимать всерьез, и большинство физиков опасается чересчур сильно в него углубляться. Ведь кроме вектора состояния  $|\psi\rangle$ , эволюционирующего согласно  $U$ , пока система остается на квантовом уровне, нам приходится здесь иметь дело с крайне неприятным, дискретным и вероятностным, действием процедуры  $R$ , которое, по всей видимости, вызывает дискретные «скачки» вектора  $|\psi\rangle$ , когда квантовые эффекты переходят на классический уровень. Таким образом, если мы намерены предположить, что вектор  $|\psi\rangle$  описывает реальность, то необходимо признать физически реальными и эти скачки, как бы неуютно мы себя в этой связи ни чувствовали. Впрочем, если мы и впрямь принимаем реальность описания в терминах квантового вектора состояния настолько всерьез, то нам следует быть готовыми к внесению в существующие правила квантовой теории некоторых (предпочтительно очень тонких) изменений, поскольку действие эволюции  $U$ , строго говоря, несовместимо с процедурой  $R$  и для того, чтобы прикрыть зияющие провалы между описаниями квантового и классического уровней поведения, нам предстоит проделать некоторую деликатную «бумажную работу».

Надо сказать, что за последние годы уже было предпринято несколько попыток построить на основании этих соображений нетрадиционную непротиворечивую теорию. В 1966 году ученые венгерской школы под руководством Карольхази (Будапешт) представили [216] точку зрения, согласно которой реальный физический феномен  $R$ -процедуры обусловлен гравитационными эффектами (см. также [227]). Следуя несколько иной линии рассуждения, Филип Перл из Гамильтон-колледжа (Клинтон, шт. Нью-Йорк, США) выдвинул в 1976 году [284] негравитационную теорию, в которой  $R$  также фигурировала в качестве реального физического феномена. Позднее, в 1986 году, Джанкарло Гирарди, Альберто Римини и Туллио Вебер предложили новый интересный подход к решению проблемы; подход этот получил весьма положительную оценку самого Джона Белла, вследствие чего не заставили себя ждать многочисленные дальнейшие доработки и усовершенствования оригинальной идеи другими исследователями.<sup>52</sup>

Прежде чем мы перейдем в следующих параграфах к изложению моей собственной точки зрения на предмет, немало позаимствовавшей из схемы Гирарди–Римини–Вебера (ГРВ-схемы), будет полезно ознакомиться вкратце с собственно оригиналом. Основная идея состоит в том, что вектор состояния  $|\psi\rangle$  предполагается реальным, а  $U$ -процедуры – в основном точными. Тогда, согласно уравнению Шрёдингера, волновая функция отдельной, изначально локализованной свободной частицы стремится с течением времени распространиться во всех направлениях в пространстве (см. рис. 6.1). (Вспомним, что волновая функция частицы определяет комплексные весовые коэффициенты для различных возможных местоположений этой самой частицы. Графики на рис. 6.1 мы можем рассматривать как схематические описания поведения вещественных частей этих весовых коэффициентов.) Таким образом, со временем частица становится всё менее и менее локализованной. Новым в ГРВ-схеме является допущение, что существует некоторая очень малая вероятность того, что волновая функция частицы внезапно умножится на функцию с выраженным максимумом (так называемую гауссову функцию) и известным размахом, определяемым некоторым параметром  $\sigma$ . Это событие схематически показано на рис. 6.2. При этом происходит мгновенная локализация волновой функции частицы, после чего функция вновь начинает «расползаться» вширь. Вероятность того, что пик гауссовой функции придется на то или иное конкретное местоположение частицы, пропорциональна квадрату

---

физикой, и Веданской теорией. Глубокое понимание работы интеллекта должно отразиться на всё, что интеллектом создается, – а физика тоже создается им.

<sup>52</sup> Мое собственное предположение безоговорочно принадлежит к «гравитационному» лагерю, хотя сколько-нибудь конкретный вид оно обрело лишь недавно (см. [295] и [300]). С оригинальным предположением Гирарди–Римини–Вебера его объединяет идея о том, что редукция должна представлять собой внезапный, дискретный процесс. Большинство же современных исследователей, вслед за Перлом [284], склонны рассматривать редукцию состояний как процесс непрерывный (стохастический). См. [93], [148] и [303]. Аналогичные рассуждения, но с попыткой сохранения совместимости предлагаемой схемы с теорией относительности, представлены в [149], [151] и [152].

модуля значения ее волновой функции в этой точке. Таким образом достигается совместимость со стандартным «правилом квадратов модулей» квантовой теории.

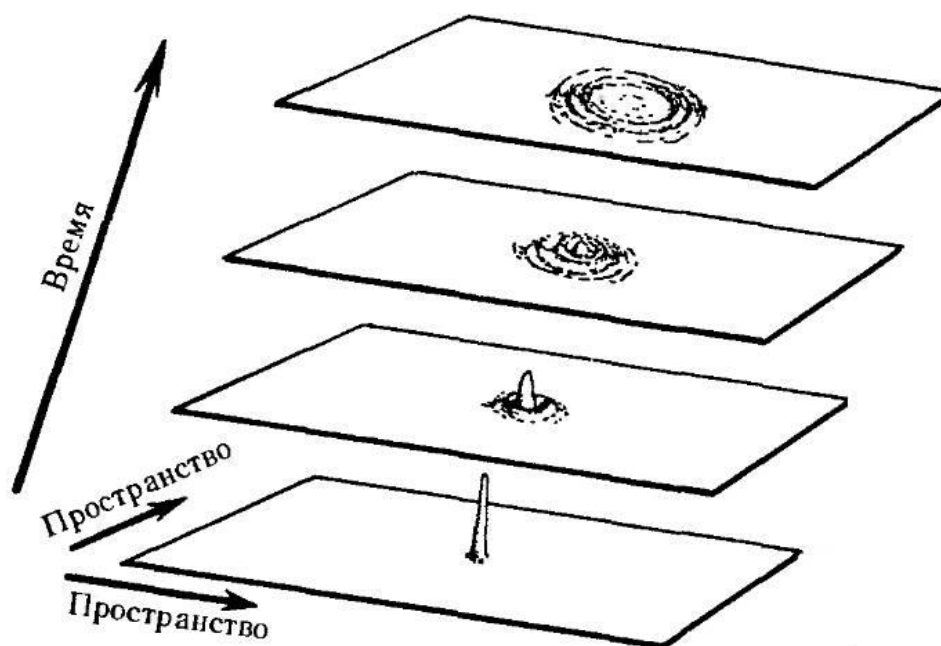


Рис. 6.1. Шрёдингерова эволюция волновой функции частицы во времени: первоначально функция плотно локализована в одной точке, а затем распространяется во всех направлениях в пространстве.

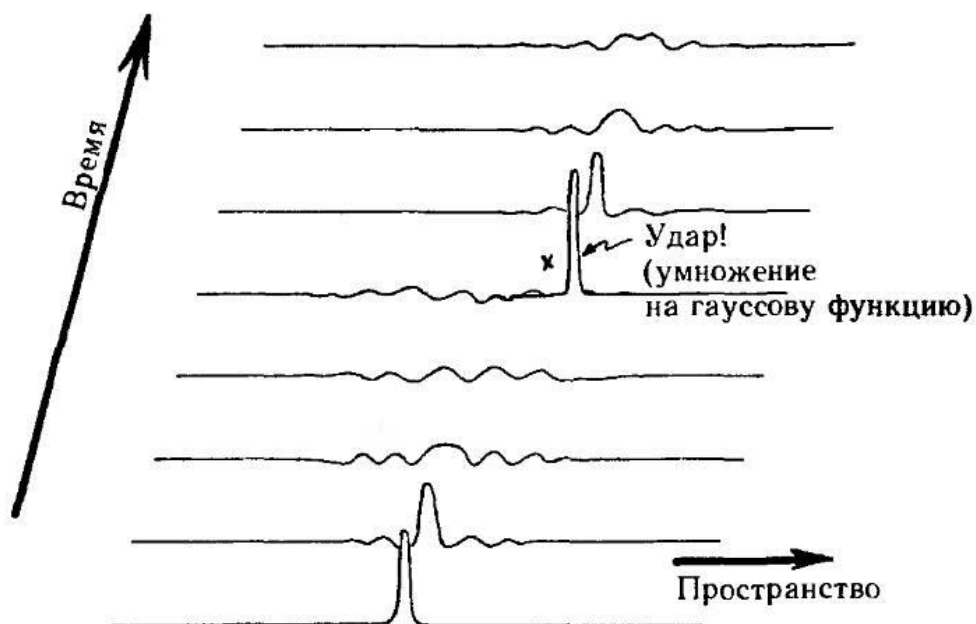
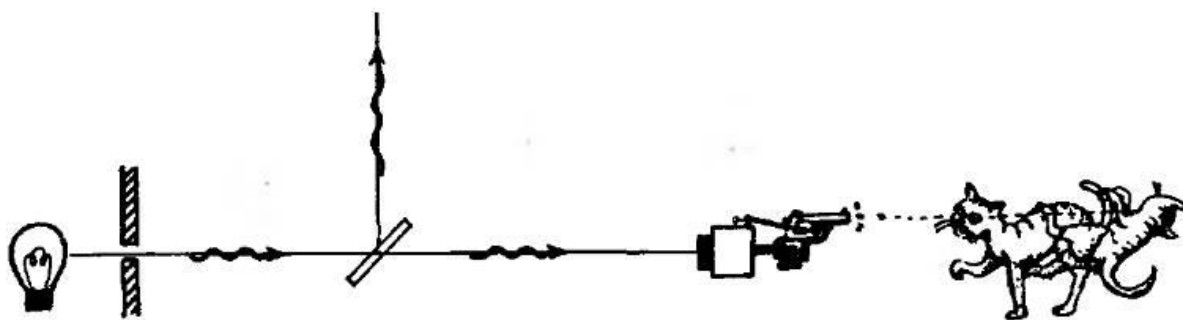


Рис. 6.2. В первоначальной схеме Гиради–Римини–Вебера (ГРВ-схеме) волновая функция большую часть времени эволюционирует согласно стандартной шрёдингеровой  $U$ -эволюции, однако приблизительно раз в  $10^8$  лет (на одну частицу) состояние частицы претерпевает своего рода «удар», при котором волновая функция частицы умножается на гауссову функцию с выраженным максимумом – ГРВ-интерпретация процедуры R.

Как часто происходит подобная процедура? Предполагается, что приблизительно раз в сто миллионов ( $10^8$ ) лет. Обозначим этот период времени буквой  $T$ . Тогда вероятность того, что такая редукция состояния случится с частицей в течение, скажем, одной секунды, составит менее  $10^{-15}$  (поскольку секунд в году около  $3 \times 10^7$ ). Таким образом, в случае единичной частицы никто

бы ничего и не заметил. А теперь представьте себе, что у нас имеется некий достаточно большой объект, каждая из частиц которого подвергается той же самой процедуре. Если наш объект содержит порядка  $10^{25}$  частиц (примерно столько умещается в небольших размеров мыши), то вероятность того, что какая-либо из его частиц испытает такого рода «удар», чрезвычайно возрастает, и можно ожидать, что удары внутри объекта будут происходить с интервалом приблизительно в  $10^{-10}$  секунд. Каждый такой удар будет воздействовать на состояние объекта в целом, поскольку предполагается, что состояние каждой конкретной частицы, испытавшей удар, сцеплено с состояниями остальных частиц объекта.

Попробуем применить такой подход к шрёдингеровой кошке.<sup>53</sup> Этот парадокс – главная, в сущности, X-загадка квантовой теории – возникает, когда макроскопический объект (например, кошка) помещается в квантовую линейную суперпозицию двух очевидно различных состояний, скажем, «кошка жива» и «кошка мертва» (см. также §5.1 и §6.6). В квантовомеханическом смысле в такой суперпозиции ничего необычного нет, однако если рассматривать результирующую ситуацию как феномен окружающего нас с вами реального мира, то она представляется крайне невероятной, – что Шрёдингер неустанно подчеркивал (отдельные « $|\psi\rangle$ -реалисты», впрочем, Шрёдингеру не поверили и решили отыскать-таки разгадку, обратившись кто к множественности миров, кто к редукции состояния посредством сознания, кто еще куда; см., например, §6.2 и §6.8). Для построения модели шрёдингеровой кошки нам необходимо лишь некое подходящее квантовое событие, вызывающее макроскопический эффект, – по сути, измерение. Например, единичный фотон, испущенный источником и либо отраженный от полупрозрачного зеркала, либо прошедший сквозь него (см. §5.7). Допустим, что пропущенная часть волновой функции фотона вызывает срабатывание детектора, который соединен с неким устройством, убивающим кошку, тогда как отраженная часть минует детектор, и кошка остается жива (см. рис. 6.3). Как и в приведенном выше рассуждении (§6.6) результатом будет сцепленное состояние, одна часть которого включает в себя мертвую кошку, а другая – живую кошку и вылетающий из системы фотон. Обе возможности входят в вектор состояния одновременно до тех пор, пока не произойдет редукция (R). Вот эта вот загадка «измерения» и составляет центральную X-загадку квантовой теории.



**Рис. 6.3. Шрёдингерова кошка.** Соответствующее квантовое состояние представляет собой линейную суперпозицию отраженного и пропущенного фотона. Пропущенный компонент вызывает срабатывание устройства, которое убивает кошку; иначе говоря, согласно U-эволюции, кошка существует в суперпозиции жизни и смерти. В ГРВ-схеме ситуация разрешается, поскольку составляющие кошку частицы почти мгновенно начинают испытывать «удары», первый же из которых локализует состояние кошки – и кошка оказывается либо жива, либо мертва.

В схеме же ГРВ одна из частиц объекта «кошачьих» размеров (что-то около  $10^{27}$  ядерных частиц) почти мгновенно «ударяется» гауссовой функцией (см. рис. 6.2), и, поскольку состояние любой отдельной частицы сцеплено с состояниями всех остальных частиц кошки, редукция состояния этой частицы «увлекает» за собой всю кошку, каковая тут же оказывается либо живой, либо мертвой. Таким образом разрешается X-загадка шрёдингеровой кошки – и проблемы измерения вообще.

<sup>53</sup> [334], также см. НРК, с. [290–296](#).

Схема чрезвычайно остроумна, однако страдает некоторой нарочитостью. Нигде больше в физике вы не найдете никаких указаний на подобные процессы, сами же предполагаемые значения  $T$  и  $\sigma$  были просто «взяты с потолка», с тем чтобы получить «приемлемые» результаты. (В 1989 году Диози предложил [92] схему, напоминающую схему ГРВ, только параметры  $T$  и  $\sigma$  здесь уже связываются с ньютоновской гравитационной постоянной  $G$ . С идеями Диози перекликаются те, что будут изложены в следующем параграфе.) Более серьезным возражением против подобного рода схем является то, что они подразумевают нарушение принципа сохранения энергии (пусть и незначительное). Подробнее эту важную проблему мы обсудим в §6.12.

### §6.10. Гравитационная редукция вектора состояния

Есть веские причины<sup>54</sup> подозревать, что модификация квантовой теории – необходимая, если мы намерены выдать ту или иную форму  $R$  за реальный физический процесс, – должна самым серьезным образом задействовать эффекты гравитации. Некоторые из этих причин связаны с тем фактом, что сама структура стандартной квантовой теории очень плохо уживается с концепцией искривленного пространства, которая является неотъемлемой частью эйнштейновской теории гравитации. Даже такие понятия, как энергия и время – понятия, участвующие в фундаментальных процедурах квантовой теории, – невозможно точно определить во вполне общем гравитационном контексте, сохранив совместимость с самыми обычными требованиями стандартной квантовой теории. Вспомним также об эффекте «наклона» световых конусов (§4.4), уникальном свойстве физического феномена гравитации. Можно, таким образом, предположить, что ожидаемая модификация основных принципов квантовой теории явится результатом ее закономерного (и окончательного) объединения с общей теорией относительности Эйнштейна.

Впрочем, большинство физиков, похоже, не склонны допускать возможность того, что для обеспечения успеха подобного союза модификации следует подвергнуть именно квантовую теорию. Модификации, по их мнению, требует сама теория Эйнштейна. Они указывают (и, надо сказать, не без оснований) на то, что в классической общей теории относительности хватает и своих проблем, поскольку она предполагает существование пространственно-временных сингулярностей – таких, например, как черные дыры и собственно Большой Взрыв, – где кривизна пространства достигает бесконечности, а сами понятия пространства и времени вообще теряют смысл (см. НРК, гл. 7). Я несколько не сомневаюсь, что в процессе слияния двух теорий нам предстоит модифицировать и общую теорию относительности. Равно как не вызывает сомнения и то, что такая модификация поможет нам лучше понять, что же в действительности происходит в тех областях, которые мы сегодня называем «сингулярностями». Но это отнюдь не освобождает квантовую теорию от необходимости пересмотра. В §4.5 мы могли убедиться, что общая теория относительности исключительно точна – ничуть не менее точна, чем та же квантовая теория. Когда мы, наконец, сумеем должным образом эти две теории объединить, большая часть физических основ как теории Эйнштейна, так и квантовой теории непременно войдет в полученную в результате общую теорию, причем в неизменном виде.

Тем не менее, многие из тех, кто мог бы, в принципе, с вышесказанным согласиться, всё не понимают: соответствующие масштабы длины, в которых способна действовать какая бы то ни было форма квантовой гравитации, совершенно не годятся для решения проблемы квантового измерения. В самом деле, масштаб длины, характерный для квантовой гравитации (так называемая планковская длина), составляет  $10^{-33}$  см, что даже меньше (где-то на 20 порядков) диаметра ядерной частицы. Нас строго спрашивают, каким же это таким образом физические взаимодействия на столь крохотных расстояниях могут пролить свет на проблему измерения, которая как-никак имеет дело с феноменами уровня, пограничного (по меньшей мере) с макроскопическим. Все эти вопросы и возражения вызваны только и исключительно неверным пониманием применения идеи квантовой гравитации к данному случаю. Масштаб  $10^{-33}$  см имеет к проблеме квантового измерения самое непосредственное отношение, но не в том смысле, какой первым делом приходит в голову.

<sup>54</sup> Эти причины я уже изложил весьма подробно в НРК (главы 7 и 8) и не вижу необходимости повторять свои рассуждения здесь. Достаточно будет сказать, что все они до сих пор остаются в силе – хотя критерий редукции из §6.12 существенно отличается от того, что был представлен в НРК (на с. 367–371).

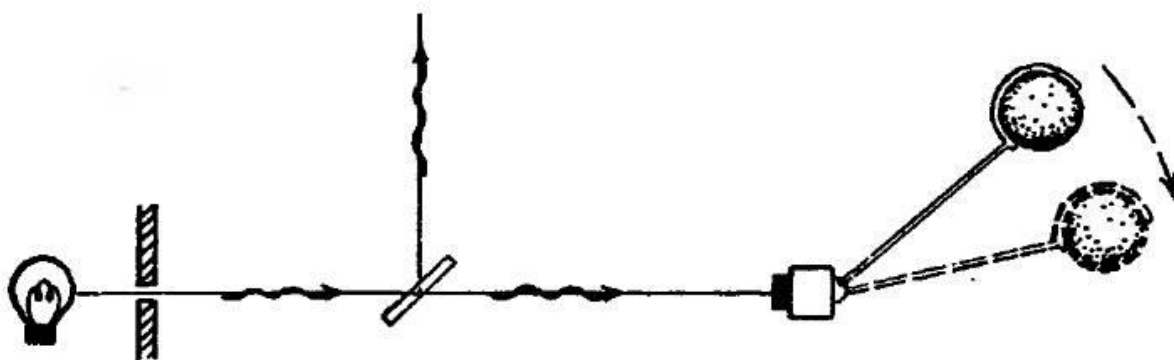


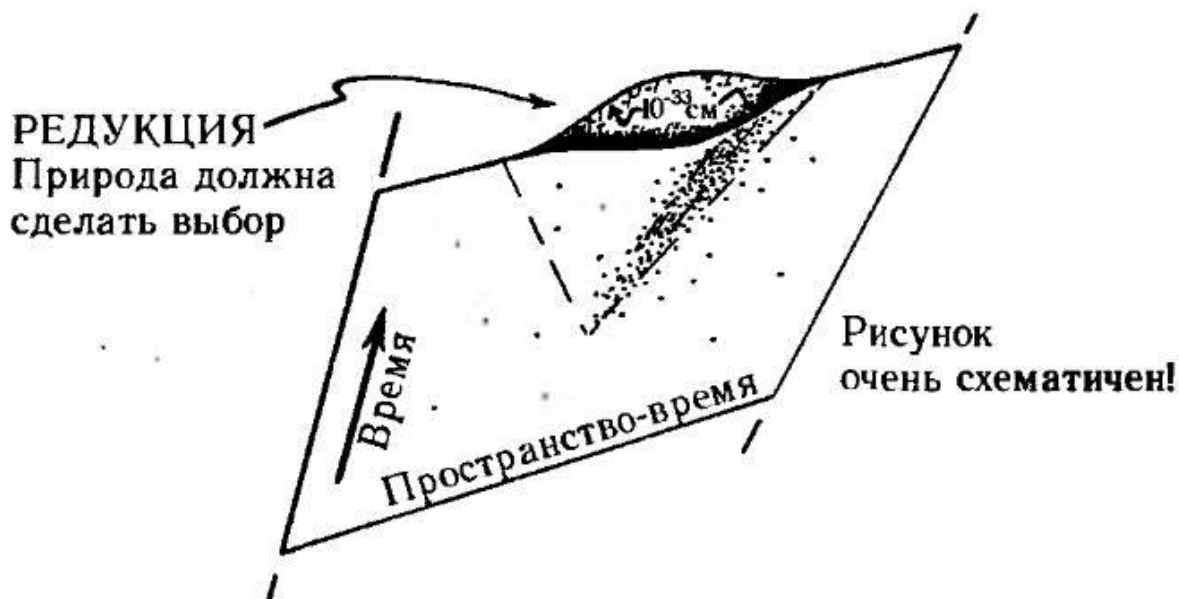
Рис. 6.4. Оставив в покое кошку, выберем в качестве предмета измерения движение сферического макроскопического объекта. Насколько велик или массивен должен быть объект, или насколько далеко он должен переместиться для того, чтобы произошла редукция R?

Рассмотрим ситуацию, аналогичную той, в какой оказалась шрёдингерова кошка, — аналогичную тем, что здесь мы также попытаемся получить состояние линейной суперпозиции двух макроскопически различимых альтернатив. Пример такой ситуации представлен на рис. 6.4: фотон падает на полупрозрачное зеркало и оказывается в результате в состоянии линейной суперпозиции пропущенного и отраженного состояний. Пропущенная часть волновой функции фотона активирует (или способна активировать) устройство, которое перемещает некий макроскопический массивный сферический объект (не кошку) из одного пространственного положения в другое. До тех пор, пока действует шрёдингерова эволюция U, «местоположение» объекта определяется квантовой суперпозицией состояний «объект на прежнем месте» и «объект переместился на новое место». Как только в действие вступает редукция R, рассматриваемая как реальный физический процесс, объект скачкообразно занимает либо одно положение, либо другое — т.е. происходит собственно «измерение». Идея заключается в том, что, как и в ГРВ-теории, процесс этот является целиком и полностью объективным и физическим и происходит всякий раз, когда масса объекта (или расстояние, на которое он перемещается) достигает достаточной величины. (В частности, этот процесс никоим образом не зависит от того, «воспринимает» ли перемещение объекта или отсутствие такового некое случайно оказавшееся поблизости обладающее сознанием существо.) Допустим, что устройство, которое регистрирует прибытие фотона и перемещает объект, само по себе достаточно мало и может рассматриваться исключительно квантовомеханически, а измерению подвергается только лишь сферический массивный объект. В крайнем случае, мы можем просто-напросто вообразить, что объект установлен настолько неустойчиво, что силы удара одного-единственного фотона вполне достаточно для того, чтобы вызвать значительное его смещение.

Применив стандартные U-процедуры квантовой механики, находим, что состояние фотона после его столкновения с зеркалом складывается из двух компонентов в очень разных положениях. Один из компонентов оказывается далее сцеплен с устройством и в конечном счете со сферическим объектом, т.е. получаем квантовое состояние, представляющее собой линейную суперпозицию двух различных местоположений объекта. Объект имеет собственное гравитационное поле, которое также следует учесть в этой суперпозиции. Таким образом, в состояние добавляется суперпозиция двух различных гравитационных полей. Согласно теории Эйнштейна, отсюда следует, что наша суперпозиция охватывает две различные пространственно-временные геометрии! Закономерно возникает вопрос: существует ли точка, в которой эти две геометрии расходятся настолько, что становятся неприменимыми правила квантовой механики, в результате чего Природа прекращает «укладывать» в суперпозицию две разные геометрии и выбирает из них какую-то одну — т.е. физически осуществляет некую R-подобную процедуру редукции?

Дело в том, что мы не имеем ни малейшего понятия, как поступать с линейными суперпозициями состояний в тех случаях, когда эти самые состояния включают в себя различные пространственно-временные геометрии. На этот счет «стандартная теория» может порадовать нас лишь фундаментальным пробелом: в случае существенного различия между пространственно-временными геометриями мы не располагаем никакими абсолютными средствами, позволяющими сопоставить точку одной геометрии какой-либо определенной точке другой (поскольку эти геометрии представляют собой строго разделенные пространства), в связи с чем сама идея

возможности построения суперпозиции материальных состояний в таких отдельных пространствах представляется крайне сомнительной.



**Рис. 6.5.** Планковская длина  $10^{-33}$  см и редукция квантового состояния. Идея заключается примерно в следующем: редукция происходит тогда, когда разница между состояниями в суперпозиции подразумевает перемещение достаточно большой массы на достаточно большое расстояние (такой массы и на такое расстояние, что различие между соответствующими пространствами-временами составляет величину порядка  $10^{-33}$  см).

Осталось только выяснить, когда же две геометрии становятся «существенно различными». Вот тут-то на сцену и выходит планковская длина  $10^{-33}$  см. Рассуждение выглядит приблизительно так: для того, чтобы произошла редукция, масштаб различия между этими геометриями должен составлять, в некотором подходящем смысле, величину порядка  $10^{-33}$  см или более. Можно попробовать, например, представить себе (см. рис. 6.5), что две различные геометрии стремятся, как правило, слиться в одну, однако когда мера их различия становится для такого масштаба слишком велика, происходит редукция  $R$  – и вместо того, чтобы поддерживать суперпозицию, предполагаемую эволюцией  $U$ , Природа вынуждена выбирать какую-то одну из имеющихся геометрий.

Какой масштаб массы (или расстояния, на которое переместится объект) соответствует столь малому изменению в геометрии пространства-времени? Вообще говоря, именно благодаря малости гравитационных эффектов масштаб этот оказывается величиной довольно-таки значительной и вполне годится на роль демаркационной линии между квантовым и классическим уровнями. Для придания картине большей наглядности, необходимо еще сказать несколько слов о так называемых абсолютных (или планковских) единицах.

### §6.11. Абсолютные единицы

Идея (первоначально<sup>55</sup> предложенная Максом Планком (1906) [308] и доведенная до блеска Джоном А. Уилером (1975) [383]) заключается в том, что три наиболее фундаментальные постоянные Вселенной – скорость света  $c$ , постоянная Планка (разделенная на  $2\pi$ )  $\hbar$  и ньютоновская гравитационная постоянная  $G$  – используются в качестве единиц для преобразования всех физических мер в чистые (безразмерные) числа. Для этого единицы длины, массы и времени необходимо выбрать таким образом, чтобы каждая из трех вышеупомянутых постоянных стала равна единице:

<sup>55</sup> Двадцатью пятью годами раньше очень похожую идею выдвинул ирландский физик Джордж Джонстон Стоуни [362]; правда, в качестве одной из основных единиц он выбрал не постоянную Планка (о существовании которой тогда никто и не подозревал), а заряд электрона. (На это мое упущение мне указал Джон Барроу, за что я ему чрезвычайно благодарен.)

$$c = 1, \hbar = 1, G = 1.$$

Планковская длина  $10^{-33}$  см, которая в обычных единицах выражается в виде  $(G\hbar/c^3)^{1/2}$ , принимает при этом простое значение 1 и оказывается, таким образом, абсолютной единицей длины. Соответствующая единица времени, т.е. время, за которое свет пройдет расстояние, равное планковской длине, называется планковским временем  $((G\hbar/c^5)^{1/2})$  и равна приблизительно  $10^{-43}$  секунд. Существует также абсолютная единица массы, так называемая планковская масса  $((\hbar c/G)^{1/2})$ , равная  $2 \times 10^{-5}$  г – масса, чрезвычайно большая с точки зрения масштаба обычных квантовых феноменов, однако весьма незначительная в нашем повседневном понимании – примерно столько весит блоха.

Понятно, что в классическом мире единицы эти не очень удобны – за исключением, разве что, планковской массы, – однако они оказываются как нельзя более полезными при рассмотрении эффектов, предположительно связанных с квантовой гравитацией. Ниже приведены некоторые из наиболее значимых физических величин, выраженные в абсолютных единицах (очень приблизительно):

секунда	$= 1,9 \times 10^{43}$
сутки	$= 1,6 \times 10^{48}$
год	$= 5,9 \times 10^{50}$
метр	$= 6,3 \times 10^{34}$
сантиметр	$= 6,3 \times 10^{32}$
микрон	$= 6,3 \times 10^{28}$
ферми («радиус сильного взаимодействия»)	$= 6,3 \times 10^{19}$
масса нуклона	$= 7,8 \times 10^{-20}$
грамм	$= 4,7 \times 10^4$
эрг	$= 5,2 \times 10^{-17}$
кельвин	$= 4 \times 10^{-33}$
плотность воды	$= 1,9 \times 10^{-94}$ .

### §6.12. Новый критерий

В этом параграфе я сформулирую новый критерий<sup>56</sup> гравитационной редукции вектора состояния, существенно отличный от того, что был предложен в НРК, но близкий к некоторым идеям, высказанным в последнее время Диози и другими учеными. Причины, побудившие меня к поискам связи между R-процедурой и гравитацией, остаются в силе, однако моя теперешняя гипотеза получила с тех пор дополнительную теоретическую поддержку с другой стороны. Более того, мне удалось избавиться от некоторых концептуальных проблем, присущих прежнему варианту, и сделать его более удобным для применения. В НРК я предлагал отыскать критерий, который позволял бы определить, когда два состояния (каждое со своим гравитационным полем – т.е. пространством-временем) оказываются слишком различными для того, чтобы продолжать сосуществовать в квантовой линейной суперпозиции. Соответственно, на этом этапе должна была происходить редукция R. Нынешняя идея несколько отличается от прежней. Мы больше не ищем некую абсолютную меру гравитационной разницы между состояниями, чтобы выяснить с ее помощью, в какой момент состояния разойдутся настолько, что суперпозиция станет невозможна. Вместо этого, мы рассматриваем суперпозицию сколь угодно разных состояний как нестабильную – в том смысле, в каком нестабильно, например, ядро урана – и вводим величину скорости редукции вектора состояния, каковая скорость определяется как раз степенью разности состояний. Чем больше разность, тем выше скорость редукции.

Для наглядности применим новый критерий сначала к конкретной ситуации, описанной в §6.10, хотя его несложно обобщить и на многие другие случаи. Нас, в частности, интересует энергия, необходимая в упомянутой ситуации для того, чтобы сдвинуть одну копию объекта относительно другой, с учетом лишь гравитационных эффектов. Итак, мы представляем себе, что два объекта (две массы) первоначально занимают один и тот же объем пространства (см. рис. 6.6); затем одна копия объекта начинает медленно удаляться от другой, уменьшая по мере движения степень взаимопроникновения, пока, наконец, не произойдет полное их разделение, т.е., в контексте рассматриваемой ситуации, пока не будет достигнута суперпозиция состояний. Взяв величину, обратную затраченной на эту операцию гравитационной энергии (в абсолютных

<sup>56</sup> См. также [92], [147] и [295].



единицах)<sup>57</sup>, мы получим приближенное время (также в абсолютных единицах), по истечении которого произойдет редукция состояния, в результате которой объект из состояния суперпозиции самопроизвольно и скачкообразно перейдет в то или иное локализованное состояние.

Если в качестве объекта был выбран шар с массой  $m$  и радиусом  $a$ , то для энергии мы получим величину порядка  $m^2/a$ . Вообще говоря, действительное значение энергии зависит еще и от того, на какое расстояние перемещается объект, однако в данном случае это расстояние очень незначительно, поскольку в окончательной конфигурации две копии объекта расходятся лишь настолько, чтобы не перекрывать друг друга. Дополнительная энергия, необходимая для перемещения объекта от точки касания на любое расстояние (вплоть до бесконечности), есть величина того же порядка (коэффициент  $5/7$ ), что и энергия, затрачиваемая на перемещение от полного взаимоперекрывания до точки касания. Таким образом, пока нас интересует лишь порядок величины; вкладом в общую энергию, вносимым расхождением копий объекта уже после разделения, можно пренебречь, коль скоро разделение (по большей части) таки состоялось. Согласно такой схеме, время редукции составит величину порядка

$$\frac{a}{m^2}$$

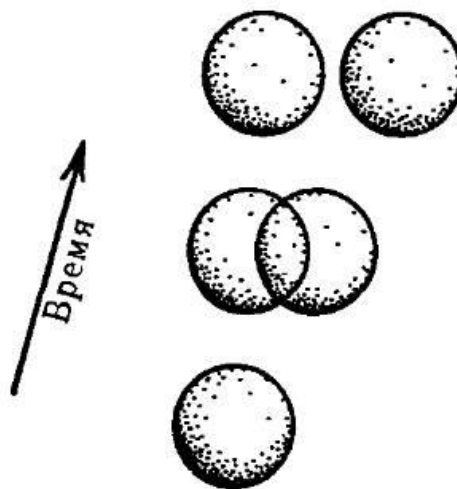
(в абсолютных единицах) или, очень приближенно,

$$\frac{1}{20\rho^2 a^5},$$

где  $\rho$  – плотность объекта. То есть в случае объекта обычной плотности (скажем, капли воды) время редукции примерно равно  $10^{186}/a^5$ .

В определенных простых ситуациях эта схема дает вполне «приемлемые» значения. Возьмем, например, нуклон (протон или нейтрон): если  $a$  – это «радиус сильного взаимодействия»  $10^{-13}$  см, что в абсолютных единицах составляет почти  $10^{20}$ , а масса  $m$  приблизительно равна  $10^{19}$ , то время редукции будет что-то около  $10^{58}$ , т.е. более десяти миллионов лет. То, что это время велико, обнадеживает, поскольку на отдельных нейтронах эффекты квантовой интерференции наблюдались экспериментально.<sup>58</sup> Получи мы очень малое время редукции, наши рассуждения вошли бы в противоречие с результатами этих наблюдений.

Объекты более «макроскопические», скажем, мельчайшие водяные капли радиуса  $10^{-5}$  см, дадут время редукции порядка нескольких часов. Если увеличить радиус до  $10^{-4}$  см (1 микрон), то время редукции уменьшится до приблизительно двенадцатой доли секунды; при радиусе  $10^{-3}$  см время редукции составит менее одной миллионной секунды. В общем случае, при рассмотрении объекта в суперпозиции двух пространственно разделенных состояний мы просто определяем, какую энергию необходимо затратить на такое разделение, учитывая при этом лишь гравитационное взаимодействие между двумя «участниками» суперпозиции. Величина, обратная этой энергии, представляет собой нечто вроде «периода полураспада» суперпозиции состояний. Чем больше энергия, тем меньше время, в течение которого может существовать суперпозиция.



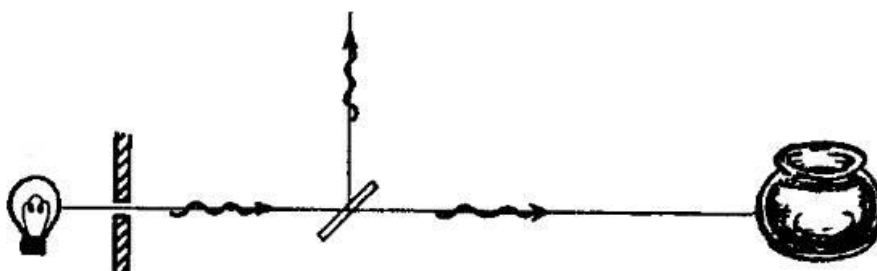
**Рис. 6.6.** Для того чтобы найти время редукции  $\hbar/E$ , представим себе объект в виде двух расходящихся копий и вычислим энергию  $E$ , затрачиваемую на такое расхождение, учитывая лишь гравитационное притяжение объектов.

<sup>57</sup> Ничто, впрочем, не мешает нам выразить время редукции в более привычных, нежели введенные выше абсолютные, единицах. В этом случае время редукции определяется просто как  $\hbar/E$ , где  $E$  – всё та же гравитационная энергия разделения, а  $\hbar$  – единственная постоянная, которая нам понадобится. То обстоятельство, что в выражении никак не участвует скорость света  $c$ , наводит на мысль о целесообразности рассмотрения теории «ньютоновской» модели такого рода (см., напр., [50]).

<sup>58</sup> См. [392].

В реальной экспериментальной ситуации чрезвычайно сложно добиться того, чтобы объекты в квантовой суперпозиции не оказывали возмущающего воздействия на вещество окружения (образуя тем самым сцепленное с ним состояние), вследствие чего приходится учитывать и гравитационные эффекты, связанные с окружением. Такая необходимость возникает даже в тех случаях, когда возмущение не вызывает значительного макроскопического перемещения масс в окружении. Существенными могут оказаться даже самые незначительные перемещения отдельных частиц – хотя здесь для редукции обычно требуются несколько бóльшие общие массы, нежели в случае перемещения макроскопического «объекта».

Для того, чтобы наглядно продемонстрировать, какой эффект возмущение такого рода может оказать на предлагаемую схему, заменим перемещающее устройство в вышеописанной идеализированной экспериментальной ситуации неким объемом жидкости, которая просто-напросто поглощает фотон, если тот ухитряется пройти сквозь зеркало (см. рис. 6.7), так что теперь роль «окружения» отводится уже самому объекту. Вместо линейной суперпозиции двух состояний, различных на макроскопическом уровне в силу того, что одна копия объекта вся целиком перемещается относительно другой, мы теперь рассматриваем всего лишь различие между двумя конфигурациями взаимного расположения атомов, причем смещение одной конфигурации относительно другой носит случайный характер. Можно ожидать, что для объема обычной жидкости радиуса  $a$  мы получим время редукции порядка  $10^{130}/a^3$  (точная величина будет зависеть до некоторой степени от первоначальных допущений), что существенно отличается от  $10^{186}/a^5$ , времени редукции в опыте со взаимным перемещением объектов. То есть редукция в случае перемещения объектов целиком требует меньших масс, нежели редукция в случае возмущения атомных конфигураций. Тем не менее, в соответствии с нашей схемой редукция произойдет и здесь, при полном отсутствии какого бы то ни было макроскопического движения.



**Рис. 6.7.** Предположим, что пропущенный сквозь зеркало фотон не перемещает сферический объект, а всего лишь поглощается неким объемом жидкости.

В §5.8 при обсуждении квантовой интерференции мы рассматривали экспериментальную установку с материальным препятствием, перехватывающим фотонный луч. Простого поглощения – или даже потенциальной возможности поглощения – фотона таким препятствием вполне достаточно для редукции  $R$ , несмотря на то, что при этом не происходит ничего макроскопического, что можно было бы реально наблюдать. Иначе говоря, достаточно сильное возмущение окружения, сцепленного с рассматриваемой системой, само по себе способно вызвать  $R$ , что отсылает нас к более традиционным FAPP-процедурам.

В самом деле, практически любой реальный процесс измерения почти наверняка сопровождается возмущением большого количества микроскопических частиц окружения. Согласно выдвигаемым здесь предположениям, часто доминантным эффектом оказывается именно это возмущение, а вовсе не макроскопическое движение массивных объектов, как в описанной выше ситуации с перемещением шара. Если эксперимент не подразумевает особого тщательного контроля за окружением, любое макроскопическое перемещение макроскопического же объекта весьма существенно возмущает окружающую среду, и вполне возможно, что именно время редукции окружения – величина порядка  $10^{130}/b^3$ , где буквой  $b$  обозначен радиус области окружения, сцепленной с рассматриваемым объектом (плотность окружения принимается равной плотности воды) – оказывается в данном случае доминирующим (т.е. гораздо меньшим, нежели время редукции  $10^{186}/a^5$ , характерное для собственно объекта). Например, если радиус  $b$  возмущенного окружения составляет всего лишь десятую долю миллиметра, то только по одной этой причине время редукции сократится до миллионной доли секунды.

Такая картина во многом близка к традиционному описанию, о котором мы говорили в §6.6, однако теперь у нас имеется вполне определенный критерий, позволяющий точно сказать, когда действительно происходит редукция в данном окружении. Вспомним возражения, высказанные в §6.6 против допущения, что традиционный FAPP-подход адекватно описывает действительную физическую реальность. С введением такого критерия эти возражения больше не имеют силы. Как только окружение подвергается достаточно сильному возмущению, в этом окружении очень быстро происходит (действительно происходит) редукция – каковая редукция незамедлительно сопровождается редукцией в любом «измерительном устройстве», с каким окружение на тот момент сцеплено. Редукция эта принципиально необратима, и восстановить первоначальное сцепленное состояние невозможно, какие бы сногшибательные достижения технического прогресса мы себе ни вообразили. Соответственно, не возникает и противоречия с тем, что реальные измерительные устройства неизменно регистрируют либо ДА, либо НЕТ – в предлагаемой картине они делают в точности то же самое.

Мне думается, что подобного рода описание может оказаться весьма полезным при изучении различных биологических процессов; в частности, с его помощью можно вполне правдоподобно объяснить, почему биологические структуры размерами много меньше микрона часто способны на самое что ни на есть классическое поведение. Поскольку биологическая система очень тесно сцеплена со своим окружением описанным выше образом, ее собственное состояние непрерывно подвергается редукции вследствие столь же непрерывной редукции этого самого окружения. С другой стороны, можно предположить, что по какой-то причине биологическая система может «предпочесть», чтобы в тех или иных обстоятельствах ее состояние не редуцировалось в течение некоторого длительного промежутка времени. В этом случае системе необходимо найти какой-нибудь эффективный способ изоляции от окружающего ее вещества. К этим соображениям мы в дальнейшем еще вернемся (§7.5).

Следует особо подчеркнуть, что энергия, определяющая время существования суперпозиции состояний, представляет собой разницу энергий, а не общую (массу-)энергию всей системы как целого. Таким образом, в тех случаях, когда перемещаемый объект хотя и велик, но передвигается на небольшое расстояние (и если он к тому же обладает еще и кристаллической структурой, т.е. составляющие его отдельные атомы не склонны к случайным блужданиям), квантовые суперпозиции могут сохраняться в течение довольно долгого времени. Такой объект может быть гораздо больше, чем рассматриваемые выше водяные капли. Поблизости вполне «безнаказанно» могут находиться и другие, гораздо бóльшие массы – при условии, что они не сцеплены сколько-нибудь существенно с нашей суперпозицией состояний. (Эти соображения играют важную роль при конструировании различных твердотельных устройств, таких, например, как гравитационные детекторы, в которых используются когерентно осциллирующие твердые – иногда кристаллические – тела.<sup>59</sup>)

До сих пор порядки величин выглядят вполне правдоподобно, однако этого, очевидно, недостаточно – необходимо выяснить, выдержит ли идея более суровую проверку. Решающим доказательством могло бы послужить отыскание экспериментальных ситуаций, в которых возникают, в соответствии с предсказаниями стандартной теории, эффекты, обусловленные макроскопическими квантовыми суперпозициями, но на уровне, на котором, согласно высказанным выше предположениям, такие суперпозиции не могут существовать в течение сколько-нибудь длительного времени. Если в таких ситуациях наблюдение подтвердит традиционные квантовые предположения, то от выдвигаемых мною здесь идей придется отказаться – или, по крайней мере, серьезно их пересмотреть. Если же наблюдение установит, что суперпозиции не сохраняются, то эти идеи получат некоторое достоверное подтверждение. К сожалению, на данный момент я не располагаю сведениями о каких-либо практических предложениях о проведении соответствующих экспериментов. Многообещающие возможности для такого рода экспериментирования предоставляют сверхпроводники и такие устройства, как СКВИДы (сверхпроводящие квантовые интерференционные датчики, в основе действия которых лежат макроскопические квантовые суперпозиции, возникающие в сверхпроводниках); см. [235]. Впрочем, прежде чем приступать непосредственно к экспериментам со сверхпроводниками, предлагаемые идеи следует тщательно доработать. Суперпозиции состояний в сверхпроводнике отличаются очень незначительным смещением масс. Вместо этого здесь имеет место весьма

---

<sup>59</sup> См. [379], [39].

существенное изменение импульса, каковая ситуация требует дополнительного теоретического исследования.

Необходимость в некоторой переформулировке вышеизложенной схемы возникает даже в случае простого опыта с камерой Вильсона – иначе, конденсационной камерой, присутствие заряженной частицы в которой сопровождается конденсацией крошечных капель из окружающего частицу пара. Предположим, что заряженная частица находится в квантовом состоянии, представляющем собой линейную суперпозицию состояний «частица находится где-то внутри камеры Вильсона» и «частица находится вне камеры». «Внутренняя» часть вектора состояния частицы инициирует образование капли жидкости, в то время как та часть, согласно которой частица находится снаружи камеры, ничего подобного не делает – т.е. состояние частицы теперь можно рассматривать как суперпозицию двух макроскопически различных состояний. В одном из этих состояний из пара в камере конденсируется капля, в другом – заполняющий камеру пар остается однородным. Нам же предстоит оценить гравитационную энергию, необходимую для перемещения молекул пара в каждом из образующих суперпозицию состояний. Тут, однако, возникает дополнительное осложнение: следует учесть еще и разницу между собственной гравитационной энергией капли и собственной гравитационной энергией неконденсированного пара. Для корректного описания таких ситуаций необходима иная формулировка предложенного выше критерия. Возможно, здесь следует рассматривать собственную гравитационную энергию того распределения масс, которое представляет собой разницу между распределениями масс в двух альтернативных состояниях данной квантовой линейной суперпозиции. Таким образом, ожидаемое время редукции будет определяться величиной, обратной этой собственной энергии (см. [300]). В сущности, такая альтернативная формулировка дает в точности тот же результат, что мы уже получили в предыдущих ситуациях, разве что в случае камеры Вильсона время редукции оказывается несколько иным (меньшим). Более того, существуют различные альтернативные общие схемы для определения времени редукции, которые в определенных ситуациях дают различные значения этого самого времени, но которые, тем не менее, вполне согласуются между собой в случае простой суперпозиции двух состояний перемещаемого целиком объекта (см. пример в начале этого параграфа). Первая такая схема была предложена Диози [92] (на некоторые ее недостатки указали Гирарди, Грасси и Римини [147]; они же предложили способ устранения этих недостатков). В последующих главах мы не станем останавливаться на различиях между теми или иными конкретными вариантами, но будем говорить в общем о «предположении (или критерии) из §6.12».

Для чего же нам понадобилось вводить такой особый критерий для «времени редукции»? Мои собственные первоначальные обоснования (см. [295]) носили чересчур специальный характер, чтобы их здесь воспроизводить, и вообще были не очень убедительны и неполны.<sup>60</sup> Чуть ниже я приведу независимые аргументы в подтверждение уместности соответствующей физической схемы. Хотя в существующем виде эта аргументация также не совсем полна, она, по всей видимости, всё же имеет в своей основе некое мощное требование непротиворечивости, которое дает дополнительное подтверждение предположению о том, что редукция состояний должна, в конечном счете, представлять собой гравитационный феномен, в общем и целом укладывающийся в рамки предлагаемого здесь описания.

О проблеме с сохранением энергии в схемах ГРВ-типа мы уже упоминали в §6.9. «Удары», которым подвергаются частицы (когда их волновые функции самопроизвольно умножаются на гауссову функцию), влекут за собой незначительные нарушения закона сохранения энергии. Более того, передача энергии носит, по всей видимости, нелокальный характер. Это, похоже, является характерной – и, вероятно, неизбежной – особенностью общих теорий такого рода, в которых R-процедура считается реальным физическим эффектом. Мне представляется, что эта особенность может послужить убедительным дополнительным свидетельством в пользу теорий, отводящих ключевую роль в редукции гравитационным эффектам, – поскольку в общей теории относительности сохранение энергии всегда было предметом тонким и даже скользким. Гравитационное поле содержит в себе энергию, которая вносит вполне измеримый вклад в общую энергию (и, стало быть, согласно эйнштейновскому  $E = mc^2$ , массу) системы. С другой

<sup>60</sup> Впрочем, похоже, что предложенный здесь критерий отвечает общим требованиям, изложенным в НРК (глава 7), гораздо лучше (как я, собственно, и предполагал в [295]), нежели сформулированный всё в том же НРК «одногравитонный критерий». Для того, чтобы составить об этом соответствии более конкретное представление, необходимы дополнительные исследования.

стороны, эта энергия представляет собой некую эфемерную субстанцию, существующую в пустом пространстве каким-то загадочным нелокальным образом.<sup>61</sup> Вспомним, в частности, о массе-энергии, что в виде гравитационных волн излучается системой двойного пульсара PSR 1913+16 (см. §4.5); эти волны суть рябь в самой структуре пустого пространства. Энергия, содержащаяся в полях взаимного притяжения двух нейтронных звезд, также является важной составляющей их динамики, каковую составляющую мы не можем игнорировать. Как раз такая разновидность энергии, «обитающая» в пустом пространстве, и является самой неуловимой из всех. Ее нельзя получить простым «сложением» локальных вкладов плотности энергии, ее даже нельзя локализовать в какой-либо конкретной области пространства-времени (см. НПК, с. 220–221). Возникает искушение соотнести столь же скользкие проблемы нелокальной энергии R-процедуры с аналогичными проблемами классической гравитации – сопоставить одни проблемы с другими в надежде разглядеть за ними логически связную общую картину.

Обеспечивают ли такую логическую связность выдвигаемые мною здесь предположения? Думаю, что со временем мы от них этого непременно добьемся, однако на настоящий момент четкой теоретической основы у нас пока нет. Всё, впрочем, говорит за то, что в принципе эта грандиозная задача вполне решаема. В самом деле, как мы уже отмечали ранее, процесс редукции можно сравнить с распадом нестабильной частицы или ядра атома. Представьте себе суперпозицию состояний объекта в двух различных положениях как своего рода нестабильное ядро, распадающееся по истечении некоего характеристического времени «полураспада» на какие-то более стабильные продукты. Аналогичным образом суперпозиция положений объекта – нестабильное квантовое состояние – переходит по истечении некоего характеристического «времени жизни» (определяемого, в грубом приближении, величиной, обратной гравитационной энергии разделения) в состояние стабильное, когда объект оказывается либо в одном положении, либо в другом, что дает нам две возможные формы распада.

Согласно принципу неопределенности Гейзенберга, время жизни (или период полураспада) частицы или ядра атома обратно незначительной неопределенности в массе-энергии исходной частицы. (Например, массу нестабильного ядра полония-210, испускающего в процессе распада  $\alpha$ -частицу и превращающегося в свинец, точно определить невозможно, при этом неопределенность имеет порядок величины, обратной периоду полураспада – в данном случае, около 138 суток, что дает для полония неопределенность массы всего лишь около  $10^{-34}$  общей массы ядра! Для отдельных нестабильных частиц, впрочем, неопределенность составляет существенно бóльшую долю массы.) Таким образом, «распад», сопровождающий процесс редукции, также должен предполагать существенную неопределенность энергии исходного состояния. Эта неопределенность, согласно настоящему предположению, обусловлена, по большей части, неопределенностью собственной гравитационной энергии суперпозиции состояний. Собственная же гравитационная энергия включает в себя ту самую эфемерную нелокальную энергию поля, которая уже послужила причиной стольких неприятностей в общей теории относительности и которую нельзя получить простым сложением локальных вкладов плотности энергии. Кроме того, имеется тут и существенная неопределенность в сопоставлении друг другу точек различных пространственно-временных геометрий в суперпозиции, что мы отмечали в §6.10. Если допустить, что существенная «неопределенность» энергии состояний в суперпозиции представлена именно этим гравитационным вкладом, то результат такого допущения вполне согласуется с предсказанным выше временем жизни этого состояния. Таким образом, предлагаемая мною схема позволяет, по всей видимости, убедиться в наличии четкой связи между двумя энергетическими проблемами и по крайней мере обещает возможность построения на основе этих идей вполне непротиворечивой теории.

Наконец, остаются еще два важных вопроса, представляющие для нас в рамках настоящего исследования особый интерес. Первый: каким образом подобные соображения могут помочь нам понять принципы функционирования мозга? И второй: есть ли основания (физические) ожидать, что такому гравитационно индуцированному процессу редукции окажется свойственна невычислимость (некоего соответствующего вида)? В следующей главе мы увидим, что тут открываются кое-какие весьма захватывающие возможности.

(Продолжение в книге {PENRS4})

<sup>61</sup> См. [293]; а также НПК, с. 220–221.

Векордия (VEcordia) представляет собой электронный литературный дневник Валдиса Эгле, в котором он цитировал также множество текстов других авторов. Векордия основана 30 июля 2006 года и первоначально состояла из линейно пронумерованных томов, каждый объемом приблизительно 250 страниц в формате А4, но позже главной формой существования издания стали «извлечения». «Извлечение Векордии» – это файл, в котором повторяется текст одного или нескольких участков Векордии без линейной нумерации и без заранее заданного объема. Извлечение обычно воспроизводит какую-нибудь книгу или брошюру Валдиса Эгле или другого автора. В названии файла извлечения первая буква «L» означает, что основной текст книги дан на латышском языке, буква «E», что на английском, буква «R», что на русском, а буква «M», что текст смешанный. Буква «S» означает, что файл является заготовкой, подлежащей еще существенному изменению, а буква «X» обозначает факсимилы. Файлы оригинала дневника Векордия и файлы извлечений из нее Вы **имеете право** копировать, пересылать по электронной почте, помещать на серверы WWW, распечатывать и передавать другим лицам бесплатно в информативных, эстетических или дискуссионных целях. Но, основываясь на латвийские и международные авторские права, **запрещено** любое коммерческое использование их без письменного разрешения автора Дневника, и **запрещена** любая модификация этих файлов. Если в отношении данного текста кроме авторских прав автора настоящего Дневника действуют еще и другие авторские права, то Вы должны соблюдать также и их.

В момент выпуска настоящего тома (обозначенный словом «Версия:» на титульном листе) главными представителями Векордии в Интернете были сайты: для русских книг – <http://vecordija.blogspot.com/>; для латышских книг – <http://vekordija.blogspot.com/>.

## Оглавление

VEcordia .....	1
Извлечение R-PENRS3 .....	1
Роджер Пенроуз .....	1
ТЕНИ РАЗУМА .....	1
Роджер Пенроуз. «Тени разума» .....	2
Глава 5. Структура квантового мира.....	2
§5.1. Квантовая теория: головоломки и парадоксы .....	2
§5.2. Задача Элитцура–Вайдмана об испытании бомб.....	4
§5.3. Магические додекаэдры .....	5
§5.4. Z-загадки ЭПР-типа: экспериментальный статус .....	9
§5.5. Фундамент квантовой теории: исторический экскурс .....	12
§5.6. Основные правила квантовой теории .....	18
§5.7. Унитарная эволюция U.....	20
§5.8. Редукция R вектора состояния.....	23
§5.9. Решение задачи Элитцура–Вайдмана об испытании бомб.....	27
§5.10. Квантовая теория спина. Сфера Римана .....	29
§5.11. Местонахождение частицы и ее количество движения .....	35
§5.12. Гильбертово пространство .....	35
§5.13. Описание редукции R в терминах гильбертова пространства.....	38
§5.14. Коммутирующие измерения .....	41
§5.15. Квантовомеханическое «И» .....	42
§5.16. Ортогональность произведений состояний .....	43
§5.17. Квантовая сцепленность.....	44
§5.18. Объяснение загадки магических додекаэдров .....	48
Приложение В: Нераскрашиваемость додекаэдра.....	52
Приложение С: Ортогональность общих спиновых состояний .....	53
Глава 6. Квантовая теория и реальность.....	56
§6.1. Является ли R реальным процессом?.....	56
§6.2. О множественности миров .....	58
§6.3. Не принимая вектор $ \psi\rangle$ всерьез.....	60
§6.4. Матрица плотности.....	63
§6.5. Матрицы плотности для ЭПР-пар .....	67
§6.6. FAPP-объяснение процедуры R.....	68
§6.7. FAPP-объяснение правила квадратов модулей.....	72

§6.8. О редукции вектора состояния посредством сознания .....	72
§6.9. А теперь попробуем принять $ \psi\rangle$ действительно всерьез .....	74
§6.10. Гравитационная редукция вектора состояния.....	77
§6.11. Абсолютные единицы.....	79
§6.12. Новый критерий .....	80
Оглавление .....	86